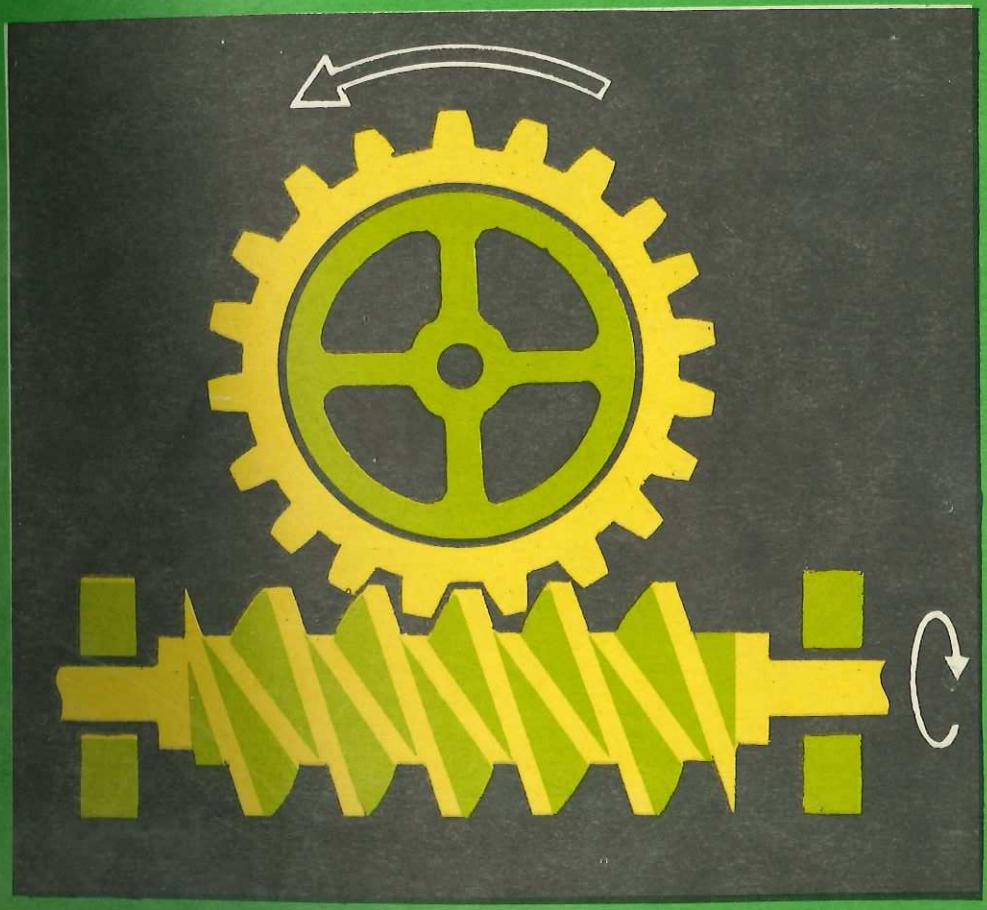
MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

REZISTENȚA MATERIALELOR ȘI ORGANE DE MAȘINI

Manual pentru clasele a X-a și a XI-a licee industriale, agroindustriale și silvice, de matematică-fizică, de științe ale naturii și de filologie-istorie



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

Dr. ing. VICTOR DROBOTĂ ● Dr. ing. MIHAIL ATANASIU ●
Dr. ing. NICULAE STERE

REZISTENȚA MATERIALELOR ȘI ORGANE DE MAȘINI

Manual pentru clasele a X-a și a XI-a, licee cu profilurile de mecanică, electrotehnică, mine — petrol — geologie, metalurgie, materiale de construcții, industrie alimentară, industrie ușoară, poligrafie, marină, aeronautică, prelucrarea lemnului, mecanică agricolă, silvicultură și exploatări forestiere, matematică—fizică, filologie—istorie și istorie—geografie

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI

Manualul constituie reeditarea ediției revizuite în anul 1979, conform programei școlare aprobate de Ministerul Educației și Învățămîntului cu nr. 3448/1979

Contribuția la realizarea manualului este următoarea:
Dr. ing. **V. Drobotă** — capitolele: 1, 2, 3, 4 și 5
Dr. ing. **M. Atanasiu** — capitolul 6
Dr. ing. **N. Stere** — capitolele: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 și 14

ISBN 973-30-0283-6

Referenți: ing. **MIRCEA POPOVICI**, prof. gr. I
ing. **COSTIN PELINESCU**, prof. gr. I
ing. **MIHAI VOICU**
Redactor: ing. **MARIA—VALENTINA POPA**
Tehnoredactor: **CONDOPOL VIORICA**

REZISTENȚA MATERIALELOR

Capitolul 1

NOȚIUNI INTRODUCTIVE

1.1. BAZELE REZISTENȚEI MATERIALELOR

1.1.1. Obiectul rezistenței materialelor

Orice construcție sau mașină trebuie să răspundă, după realizare, unor condiții tehnice și economice.

Una dintre condițiile tehnice importante este *condiția de rezistență*, care cere ca mașina sau construcția respectivă să lucreze în condiții sigure sub acțiunea sarcinilor la care este supusă pe toată durata exploatării ei.

O altă condiție tehnică, nu mai puțin importantă, legată strîns de cea de rezistență, este *condiția de rigiditate*. Această condiție cere ca elementele care intră în alcătuirea unei mașini sau construcții să nu-și schimbe în timpul funcționării sub sarcinile de lucru nici forma și nici dimensiunile.

În unele cazuri, deși sînt îndeplinite atît condiția de rezistență cît și cea de rigiditate, la anumite valori ale sarcinilor considerate critice, unele organe de mașini sau elemente de construcții își pot pierde echilibrul stabil și se pot distruge. Acestea trebuie să satisfacă și *condiția de stabilitate* care cere ca valorile sarcinilor ce le sînt aplicate să fie mai mici decît cele critice.

Condițiile tehnice pot fi îndeplinite pe diverse căi. Cea mai ușoară este aceea a folosirii unor secțiuni transversale masive și de dimensiuni mari. Această cale face ca mașina sau construcția respectivă să fie grea, iar realizarea ei să fie scumpă, neeconomică.

Între condițiile de bază ale unei realizări tehnice sînt și *condițiile economice*, după care orice piesă proiectată trebuie să fie realizată cu un consum cît mai mic de material și manoperă, respectînd condițiile de rezistență, rigiditate și stabilitate impuse.

Pentru a răspunde acestor cerințe este necesară folosirea unor relații de calcul stabilite științific, care să servească la dimensionarea, verificarea sau determinarea sarcinii pe care o poate suporta o piesă, precum și pentru determinarea deformațiilor acesteia sub sarcini.

De asemenea, este necesară alegerea potrivită a materialului piesei, ținînd seama de condițiile de lucru ale acesteia, astfel încît materialele să fie cît mai bine folosite.

Aceste probleme constituie obiectul rezistenței materialelor. La rezolvarea lor, rezistența materialelor, spre deosebire de mecanică, consideră corpurile deformabile sub sarcini.

Rezistența materialelor este, deci, știința care, considerînd corpurile deformabile sub acțiunea forțelor exterioare, stabilește formule de calcul pentru studiul rezistenței, rigidității și stabilității acestora, în scopul realizării unor construcții tehnice sigure în funcționare și ieftine.

Rezistența materialelor studiază, de asemenea, comportarea materialelor sub sarcini și dă indicații asupra modului de alegere a materialului unei anumite piese, ținînd seama de sarcinile ce-i sînt aplicate și de condițiile de lucru ale acesteia.

1.2. NOȚIUNI INTRODUCTIVE DE REZISTENȚĂ A MATERIALELOR

1.2.1. Forțe exterioare și interioare

Corpurile sînt alcătuite din atomi și molecule și își păstrează forma și dimensiunile datorită forțelor de atracție interioare care există între aceste părți infinit de mici.

Sub acțiunea unor forțe aplicate din exterior, corpurile se deformează, modificîndu-se astfel distanțele dintre molecule și valorile forțelor de atracție dintre acestea. Forțele aplicate din afară, datorită cărora se produc aceste modificări, se numesc *forțe exterioare.*

Forțele exterioare sînt fie *de suprafață*, cînd provin din acțiunea reciprocă a corpurilor prin contact direct, fie *de volum*, cînd provin din greutatea proprie, inerție, atracție magnetică etc. Aceste forțe mai poartă denumirea de *sarcini.*

Sarcinile se pot clasifica după mai multe criterii:

— *După modul cum sînt distribuite pe o suprafață*, sarcinile pot fi: *concentrate*, cînd se transmit la un corp prin intermediul unei suprafețe de dimensiuni foarte mici, și *distribuite*, cînd sînt aplicate în mod continuu pe o anumită lungime sau suprafață a corpului. Un exemplu de forță concentrată îl constituie forța de apăsare a roților unui tren pe șină. Ca sarcină distribuită poate fi considerată greutatea proprie a unei grinzi. Sarcinile concentrate se măsoară în newtoni (N), iar cele distribuite în newtoni pe unitatea de suprafață sau de lungime (N/m², N/m).

— *După modul în care sînt aplicate unui corp*, sarcinile pot fi *statice* și *dinamice.* Sarcinile statice sînt acelea a căror aplicare se face de la valoarea zero la valoarea lor de lucru în timp mai lung. Sarcinile dinamice sînt acelea ce rezultă din mișcarea corpului (forțele de inerție), din variația periodică în timp a valorii forțelor aplicate (forțele de oboseală) sau din aplicarea bruscă a unei sarcini asupra unui corp.

Un exemplu de corp (piesă) solicitat la forțe de inerție este biela unui motor în funcțiune sau cablul unui ascensor în momentul pornirii acestuia. Tija pistonului unei mașini cu abur este solicitată la oboseală datorită întinderii și compresiunii la care este supusă de variația presiunii aburului din cilindrul mașinii. Exemplu de aplicare bruscă a sarcinii este căderea berbecului asupra pilonilor la baterea acestora sau căderea unui ciocan pe o nicovală.

Cînd corpurile sînt sub acțiunea sarcinilor statice, se spune că sînt supuse la *solicitări statice*, iar cînd sînt sub acțiunea sarcinilor dinamice, la *solicitări dinamice.*

Forțele interioare sau *eforturile* reprezintă forțele suplimentare ce se adaugă celor de atracție și care caută să restabilească echilibrul corpului asupra căruia acționează forțe exterioare.

Valoarea acestor forțe se determină prin secționarea corpului, în locul în care interesează, în două părți distincte.

În figura 1.1, *a* este reprezentat un corp asupra căruia acționează o serie de sarcini. Dacă se secționează acest corp cu un plan imaginar *P*, pentru menținerea în echilibru a uneia sau alteia din părți este necesar ca pe fiecare element de suprafață al secțiunii să existe niște forțe interioare elementare. Însumînd aceste forțe pe toată suprafața și considerîndu-se reduse convențional în centrul de greutate *G* al acesteia, se obține o forță rezultantă $\bar{R}$ și un cuplu $\bar{C}$ (fig. 1.1, *b*).

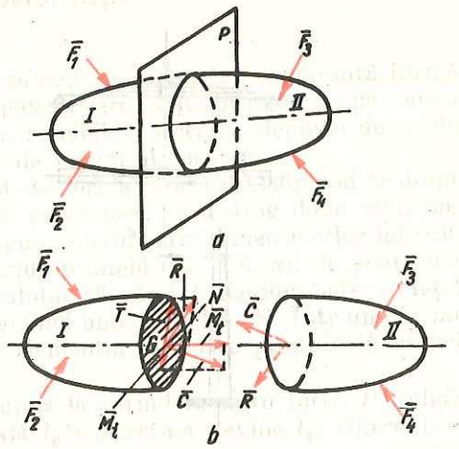


Fig. 1.1. Corp supus acțiunii unor sarcini.

Conform principiului acțiunii și reacțiunii, rezultantele $\bar{R}$ și $\bar{C}$ sînt egale și de sens contrar pe cele două fețe ale secțiunii.

Considerînd numai partea din dreapta a corpului, eforturile $\bar{R}$ și $\bar{C}$ se pot calcula din condițiile de echilibru din mecanică, aplicate părții de corp cărora le aparțin.

Solicitări simple și *compuse.* Eforturile $\bar{R}$ și $\bar{C}$ se descompun în componente situate în planul secțiunii și perpendicular pe el. Se obțin astfel componentele $\bar{N}$ și $\bar{T}$ pentru rezultanta $\bar{R}$ și $\bar{M}$, respectiv $\bar{M}_t$ pentru cuplul $\bar{C}$.

Fiecare din aceste componente are o anumită denumire și, luată separat, produce asupra corpului o *solicitare simplă.*

Astfel: N, numită *forță axială*, produce *solicitarea de întindere* cînd are sensul de pe figură sau de *compresiune* dacă are sens contrar;

T, numită *forță tăietoare*, produce *solicitarea de forfecare;*

M_i, numit *moment încovoietor*, produce *solicitarea de încovoiere;*

M_t, numit *moment de răsucire*, produce *solicitarea de răsucire.*

În practică se întîlnesc multe piese solicitate la întindere sau compresiune. Între acestea se menționează cablurile, lanțurile, conductoarele pentru transportul energiei electrice etc.

Solicitarea de forfecare se întîlnește la nituri, șuruburi, la îmbinările sudate, la tăierea tablelor etc.

Solicitarea de încovoiere se întîlnește în toate cazurile în care există grinzi încărcate cu sarcini transversale, cum ar fi, de exemplu, osia unui vagon, arcul în foi, tablierele unui pod etc. (fig. 1.2, *a*, *c*).

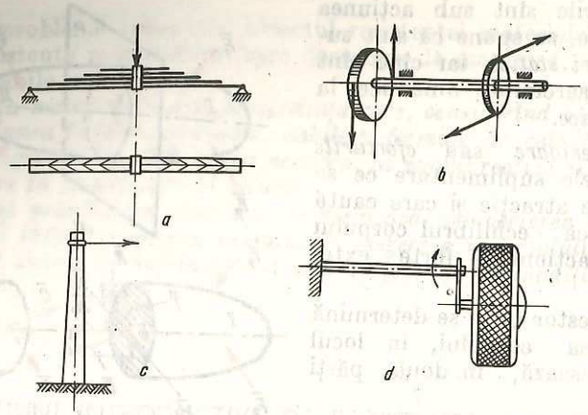


Fig. 1.2. Exemple de piese supuse la solicitări simple:
a, *c* — la încovoiere; *b*, *d* — la răsucire.

Solicitarea de răsucire are loc la arborii de transmisie, la arcurile elicoidale, la barele de torsiune etc. (fig. 1.2, *b*, *d*).

În cazul în care un corp este supus simultan la cel puțin două solicitări simple, se spune că este supus unei *solicitări compuse.*

1.2.2. Tensiuni

Forțele interioare dintr-o secțiune oarecare a unui corp solicitat cu o serie de sarcini sînt rezultantele unor forțe elementare care acționează pe fiecare element de suprafață al secțiunii (fig. 1.3).

Notînd o asemenea forță elementară cu $\Delta\bar{F}$ și aria suprafeței elementare pe care acționează cu ΔA, intensitatea acestei forțe este caracterizată de raportul

$$\bar{p} = \frac{\Delta\bar{F}}{\Delta A}, \tag{1.1}$$

care se numește *tensiune*. Unitatea de măsura a acestei mărimi este newton pe metru pătrat (N/m²) care, în sistemul de unități de măsură SI, poartă denumirea de Pascal și se simbolizează cu Pa.

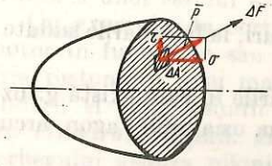


Fig. 1.3. Tensiuni pe secțiune.

Tensiunea $\bar{p}$ are direcția fortei care o produce și, dacă aceasta este înclinată pe suprafața pe care acționează, vectorul $\bar{p}$ va fi înclinat pe această suprafață. In acest caz, $\bar{p}$ se poate descompune în două componente, una cuprinsă în planul secțiunii, numită *tensiune tangențială*, care se notează de obicei cu τ, și alta perpendiculară pe secțiune, numită *tensiune normală*, notată cu σ.

1.2.3. Deformații

Corpurile, sub acțiunea sarcinilor, se deformează, luînd o anumită formă. Practic, interesează în mod deosebit legătura care există între forma pe care o are corpul înainte și după acționarea sarcinilor. Aceasta depinde de modul în care se deformează fiecare element de volum al corpului.

Presupunînd un asemenea element de forma unui paralelipiped tridreptunghi și analizînd posibilitățile lui de deformare, se disting două asemenea posibilități. Una dintre acestea presupune modificarea dimensiunilor laturilor păstrîndu-se forma de paralelipiped tridreptunghi (fig. 1.4, *a*). Se poate însă ca dimensiunile laturilor paralelipipedului să rămînă neschimbate și fețele acestuia să lunece, paralelipipedul devenind oblic (fig. 1.4, *b*). Într-un caz mai general, deformația paralelipipedului elementar se poate produce în ambele moduri.

Alungirea. Dacă un corp este supus la întindere de o forță P aplicată în axa lui (fig. 1.5), lungimea inițială l_0 a acestuia devine l_1. Diferența de lungime $\Delta l = l_1 - l_0$ se numește *lungire.*

O măsură a lungirii unui corp solicitat în acest mod o dă lungirea unității de lungime denumită și *lungire specifică* sau *alungire*, care se notează cu ε și se obține din relația

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}, \tag{1.2}$$

ε fiind adimensional.

În practică, deoarece această mărime are valori foarte mici, se folosește mărimea $\varepsilon\,[\%] = 100\ \varepsilon$.

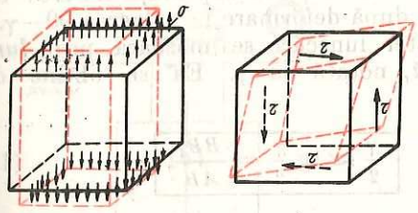
Contracția transversală. La majoritatea materialelor, o dată cu lungirea acestora, are loc o micșorare a secțiunii transversale (fig. 1.5).

Astfel, de exemplu, dacă secțiunea barei este dreptunghiulară de dimensiuni inițiale b_0 și h_0 care, după încărcare, devin b_1 și h_1, variația acestora este

$$\Delta h = h_1 - h_0;$$
$$\Delta b = b_1 - b_0,$$

iar *contracția transversală:*

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{\Delta b}{b_0}. \tag{1.3}$$



a *b*

Fig. 1.4. Posibilitățile de deformare a unui corp:
a — cu modificarea dimensiunilor inițiale ale laturilor; *b* — cu modificarea unghiurilor inițiale.

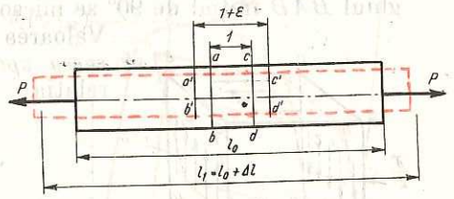


Fig. 1.5. Deformarea unui corp prin întindere.

Experimental, s-a constatat că contracția transversală este proporțională cu alungirea, conform relației

$$\varepsilon_t = -\nu\varepsilon, \tag{1.4}$$

în care ν poartă denumirea de *coeficient de contracție transversală*.

Practic, pentru majoritatea materialelor, valoarea acestui coeficient este $\nu \simeq 0{,}3$.

În tabelul 1.1 sînt date valorile acestui coeficient pentru cîteva materiale.

TABELUL 1.1

Valorile constantelor E, G și ν pentru unele materiale

Denumirea materialului	Modulul de elasticitate longitudinal E MPa	Modulul de elasticitate transversal G MPa	Coeficientul de contracție transversală ν
Oțel	$(2-2{,}2)10^5$	$8{,}1 \cdot 10^4$	0,25—0,3
Fontă	$(1{,}2-1{,}6)10^5$	$4{,}5 \cdot 10^4$	0,2—0,27
Cupru laminat	$(1{,}1-1{,}3)10^5$	$4{,}9 \cdot 10^4$	—
Alamă	$(0{,}9-1)10^5$	$(3{,}5-3{,}7)10^4$	0,32—0,42
Duraluminiu	$(0{,}7-0{,}75)10^5$	$(2{,}6-2{,}7)10^4$	—
Zidărie de cărămidă	$(0{,}025-0{,}030)10^5$	—	—
Beton	$(0{,}15-0{,}23)10^5$	—	0,16
Lemn — în lungul fibrelor	$(0{,}09-0{,}12)10^5$	$(0{,}045-0{,}035)10^4$	—
Lemn — perpendicular pe fibre	$(0{,}004-0{,}01)10^5$	$(0{,}045-0{,}065)10^4$	—
Cauciuc	$0{,}00008 \cdot 10^5$	—	0,47

Dacă bara, în loc să se întindă, se comprimă, atunci deformarea are loc în sensul *scurtării ei*, iar în secțiunea transversală are loc o *umflare* a acesteia, relația (1.4) rămînînd valabilă.

Lunecarea. Deformația de lunecare transformă un element de volum avînd forma unui paralelipiped tridreptunghi într-un element avînd forma unui paralelipiped oblic, fără modificarea lungimii laturilor.

În figura 1.6, suprafața $BCEF$ a lunecat față de suprafața $ADHG$. Unghiul BAD inițial de 90° se micșorează după deformare la valoarea $90-\gamma$.

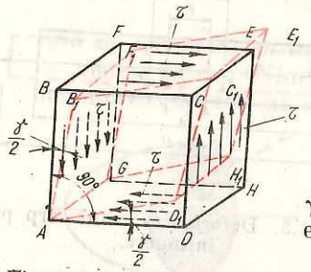


Fig. 1.6. Deformarea unui corp prin lunecare.

Valoarea acestei lunecări se măsoară prin *lunecarea specifică*, notată cu γ. Ea se obține din relația

$$\frac{\gamma}{2} \approx \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{BB_1}{AB}, \tag{1.5}$$

γ fiind un unghi de valoare mică a cărui tangentă este egală cu unghiul exprimat în radiani.

Lunecarea specifică se măsoară în radiani și reprezintă micșorarea unghiului inițial de 90°.

1.2.4. Relația dintre tensiuni și deformații. Curba caracteristică. Legea lui Hooke

Datorită acțiunii unor forțe exterioare, un corp se deformează și în interiorul lui iau naștere tensiuni.

Pentru unul și același material, între tensiunile și deformațiile produse, există o legătură, la o anumită tensiune corespunzînd o anumită valoare a deformației.

Această legătură se determină experimental pentru încercarea de întindere, conform STAS 200-75, cu ajutorul unei mașini de încercat, prezentată schematic în figura 1.7. În acest scop, se execută o epruvetă E din materialul de încercat, de o anumită formă și dimensiuni stabilite prin standarde, ale cărei capete se introduc între bacurile F ale unei mașini. Punîndu-se în funcțiune mașina, epruveta este întinsă cu o sarcină a cărei valoare crește lent datorită presiunii exercitate asupra pistonului P din cilindrul C. În timpul încercării, se citesc o serie de valori succesive ale sarcinii la manometrul M gradat corespunzător pentru măsurarea sarcinilor și se măsoară creșterile corespunzătoare lungimii inițiale marcate pe epruvetă înainte de începerea încercării.

Dacă se reprezintă grafic, într-un sistem de axe perpendiculare, variația tensiunii ce ia naștere în epruvetă funcție de alungire, se obține o curbă denumită *curba caracteristică a materialului* respectiv.

În cazul încercării unei epruvete executate din oțel moale cu un conținut mic de carbon, curba caracteristică are forma din figura 1.8.

Domeniul de proporționalitate. Modulul de elasticitate. Prima parte a curbei caracteristice pînă în punctul a este o linie dreaptă, tensiunile fiind proporționale cu deformațiile, ceea ce se exprimă prin relația

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{1.6}$$

E fiind un factor de proporționalitate, care se numește *modul de elasticitate longitudinal*, exprimat în Pa.

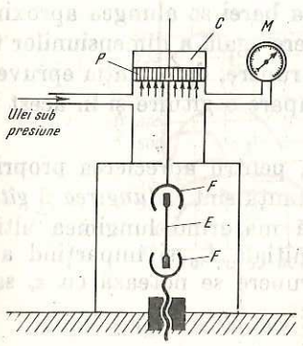


Fig. 1.7. Schema unei mașini de încercat.

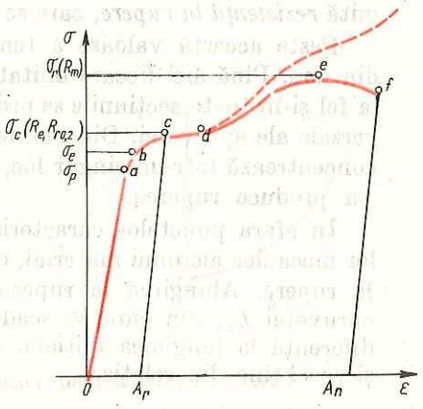


Fig. 1.8. Curba caracteristică a oțelului moale.

Relația aceasta, care este una din relațiile de bază din rezistența materialelor, este cunoscută și sub denumirea de *legea lui Hooke*.

Valorile modulelor de elasticitate pentru cîteva materiale folosite în tehnică sînt date în tabelul 1.1.

Valoarea corespunzătoare tensiunii normale în punctul *a* se notează de obicei σ_p și se numește *limită de proporționalitate*.

Domeniul de elasticitate. Continuînd întinderea barei pînă la o anumită valoare a tensiunii normale cunoscută sub denumirea de *limită elastică* notată de obicei cu σ_e, materialul se comportă elastic, epruveta, după îndepărtarea din mașină, revenind la dimensiunile inițiale.

Deoarece materialele în realitate nu sînt perfect elastice, din punct de vedere tehnic se consideră că limita elastică a unui material se atinge atunci cînd, după descărcarea epruvetei, aceasta rămîne cu o deformație permanentă de 0,01%.

Dincolo de această valoare se intră într-un alt domeniu de comportare a materialului în care epruveta, după îndepărtarea sarcinilor ce o întind, nu mai revine la dimensiunile inițiale, ci rămîne cu o deformație permanentă. Acest domeniu este cunoscut sub denumirea de *domeniu plastic*.

Zona de curgere. Dincolo de limita elastică, deformațiile cresc mai repede decît tensiunile. La o anumită valoare a forței de întindere corespunzătoare ordonatei punctului *c*, deformația barei crește fără ca forța de întindere să crească sensibil, materialul „curge". Pe diagramă acest lucru apare ca o porțiune aproape orizontală *c—d*. Valoarea tensiunii normale corespunzătoare acestei zone de curgere se numește *limită de curgere aparentă* și se notează cu σ_c sau R_e.

Zona de curgere *c—d* nu se observă la toate materialele. În astfel de cazuri, ca limită de curgere tehnică se consideră tensiunea normală căreia îi corespunde o alungire remanentă prescrisă $A_r = 0{,}2\%$. Această valoare poartă numele de *limită de curgere remanentă* și se notează cu $R_{r0,2}$.

Zona deformațiilor mari. Ruperea. Dincolo de această zonă, tensiunile normale cresc pînă la o anumită valoare maximă (punctul *e* pe diagramă), denumită *rezistență la rupere*, care se notează, de obicei, cu σ_r sau R_m.

Peste această valoare a tensiunii comportarea materialului se modifică din nou. Pînă aici fiecare unitate de lungime a barei se alungea aproximativ la fel și în toate secțiunile se producea o reducere egală a dimensiunilor transversale ale epruvetei. Dincolo de rezistența la rupere, deformația epruvetei se concentrează într-un singur loc, pe epruvetă apare o gîtuire și în acest loc se va produce ruperea.

În afara punctelor caracteristice amintite, pentru aprecierea proprietăților mecanice ale unui material, de mare importanță sînt *alungirea* și *gîtuirea* la rupere. Alungirea la rupere se determină măsurînd lungimea ultimă a epruvetei L_u, din care se scade lungimea inițială L_0, și împărțind această diferență la lungimea inițială. Alungirea la rupere se notează cu ε_r sau A_r și se obține din relația:

$$A_r = \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100. \qquad (1.7)$$

Gîtuirea la rupere se notează cu Z și este dată de relația:

$$Z = \frac{S_0 - S_u}{S_0} 100, \qquad (1.8)$$

S_u fiind aria secțiunii la rupere, iar S_0 aria secțiunii inițiale.

Această valoare oglindește proprietățile unui material de a se deforma sub sarcină.

Curba caracteristică convențională și reală. Trebuie precizat că, pentru curba caracteristică construită, în ordonată s-au figurat tensiunile normale $\sigma = \frac{F}{S_0}$, F fiind sarcina cu care este întinsă epruveta și S_0 — aria secțiunii inițiale a acesteia, măsurată între reperele ce determină lungimea inițială L_0, iar în abscisă $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$, ΔL fiind lungirea corespunzătoare lungimii inițiale a epruvetei.

Această reprezentare poartă numele de *curbă caracteristică convențională*, deoarece atît tensiunile normale cît și alungirile se referă la dimensiunile inițiale ale epruvetei.

Dacă se ridică curba caracteristică, raportîndu-se sarcina și lungirea corespunzătoare la dimensiunile efective ale epruvetei sub sarcină, se obține *curba caracteristică reală* a materialului, reprezentată pe figura 1.8 cu linie întreruptă.

Alura acestei curbe explică faptul că, în realitate, tensiunile normale cresc mereu pînă la ruperea epruvetei.

Practic, pe porțiunea care interesează, pînă la limita de curgere, cele două curbe caracteristice se suprapun și, deoarece în calcule este mai ușor să se lucreze cu dimensiunile inițiale, se folosește în mod obișnuit curba caracteristică convențională.

Factorii care determină sau influențează caracteristicile mecanice ale unui material. *Natura materialului.* Valorile caracteristicilor mecanice și forma curbei caracteristice diferă de la un material la altul.

În figura 1.9, *a*, *b* sînt reprezentate curbele caracteristice ale cîtorva materiale de uz curent.

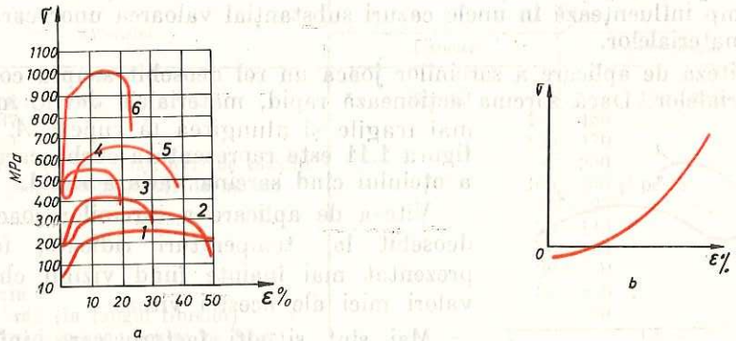


Fig. 1.9. Forma curbei caracteristice pentru cîteva materiale:

a — metale; *1* — alamă moale; *2* — oțel cu conținut redus de carbon; *3* — bronz dur; *4* — oțel laminat la rece; *5* — oțel cu conținut mediu de carbon; *6* — oțel călit cu conținut mediu de carbon; *b* — fibre textile.

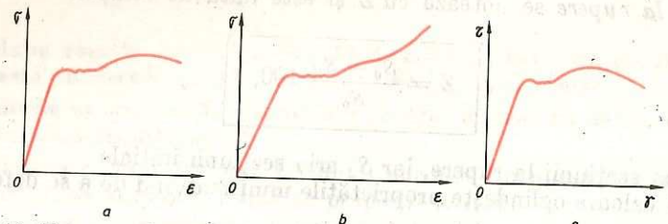


Fig. 1.10. Forma curbelor caracteristice ale oțelului moale la diverse solicitări:
a — la întindere și încovoiere; *b* — la compresiune; *c* — la răsucire.

Curbele caracteristice pentru marea majoritate a materialelor, cu excepția celor ale oțelului și lemnului, nu prezintă porțiunea de linie dreaptă reprezentată de legea lui Hooke.

Modul de solicitare. Același material poate avea pentru diverse solicitări curbe caracteristice analoage ca aspect, dar valori diferite pentru caracteristicile mecanice ale acestora. Așa, de exemplu, în figura 1.10 sînt reprezentate pentru oțelul moale curbele caracteristice de întindere, compresiune, încovoiere și răsucire.

La solicitarea de răsucire, curba caracteristică se ridică în coordonate τ, γ, iar legea lui Hooke, în acest caz, se scrie sub forma

$$\tau = G\gamma, \tag{1.9}$$

unde G este *modul de elasticitate transversal*, ce se măsoară în Pa, ale cărui valori sînt prezentate în tabelul 1.1.

Temperatura. Caracteristicile mecanice ale materialelor se determină, în general, în condiții normale, adică în jurul temperaturii de 20°C și cu viteze de încărcare și de deformare ale materialelor relativ mici. Materialele însă lucrează uneori în condiții de temperatură mult diferite de condițiile normale, la temperaturi foarte ridicate (camera de combustie la motoarele cu reacție sau rachete) sau la temperaturi foarte scăzute (elemente de mașini frigorifice, recipiente conținînd gaze lichide). În aceste condiții, caracteristicile mecanice ale materialelor variază cu temperatura.

Timpul. Experimental, s-a constatat că durata de acționare a sarcinilor în timp influențează în unele cazuri substanțial valoarea unor caracteristici ale materialelor.

Viteza de aplicare a sarcinilor joacă un rol deosebit asupra comportării materialelor. Dacă sarcina acționează rapid, materialele devin, în general, mai fragile și alungirea la rupere A_r scade. În figura 1.11 este reprezentată curba caracteristică a oțelului cînd sarcina variază rapid.

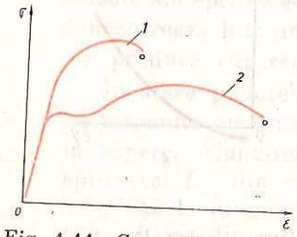


Fig. 1.11. Comportarea oțelului moale la sarcini aplicate static (1) și la variația rapidă a acestora (2).

Viteza de aplicare a sarcinilor joacă un rol deosebit la temperaturi ridicate, fenomenul prezentat mai înainte fiind vizibil chiar și la valori mici ale acestei viteze.

Mai sînt și alți factori care influențează caracteristicile elastice și mecanice ale unui material cum ar fi: compoziția chimică, tehnologia de fabricație, tratamentul termic aplicat ș.a.

1.2.5. Rezistențe admisibile. Coeficienți de siguranță

Pentru ca o piesă să nu se rupă sau să nu capete deformații permanente care ar face inutilizabilă mașina sau construcția din care face parte, este necesar ca tensiunile care iau naștere în ea să aibă o valoare mai mică decît rezistența admisibilă:

Rezistența admisibilă, care se notează, de obicei, cu σ_a, reprezintă valoarea maximă pe care trebuie să o aibă tensiunile într-o piesă. Valoarea acesteia este mai mică decît valoarea limită ce produce starea periculoasă care scoate mașina sau construcția din uz.

Valoarea care arată de cîte ori este mai mică rezistența admisibilă decît cea limită se numește *coeficient de siguranță* și se determină din relația

$$c = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_a}. \tag{1.10}$$

Valoarea σ_{lim} cu care se compară rezistența admisibilă poate fi, după caz, rezistența la rupere $\sigma_r(R_m)$ sau limita de curgere $\sigma_c(R_{r0,2})$ a unui material.

Pentru calculele de rezistență, valorile rezistențelor admisibile sau ale coeficienților de siguranță se stabilesc ținîndu-se seamă de o serie de factori, printre care: natura materialului, felul solicitării piesei, exactitatea stabilirii sarcinilor la care piesa urmează să fie supusă, modul de acționare a sarcinilor în timp, durata de lucru a piesei, temperatura de lucru a acesteia etc.

În tabelul 1.2 se dau valorile rezistențelor admisibile la întindere și compresiune pentru cîteva materiale.

Pentru alte tipuri de solicitări, rezistența admisibilă se determină, în general, în raport cu limita de curgere la întindere a materialului.

TABELUL 1.2

Rezistențe admisibile pentru diverse materiale

Materialul	σ_a, MPa	
	Întindere	Compresiune
Fontă cenușie	28—80	120—150
Oțel OL 37	140—150	
Oțel OL 50	150—170	
Oțel carbon pentru construcții de mașini	60—250	
Oțel aliat pentru construcții de mașini	100—400 și peste	
Cupru	30—120	
Alamă	70—140	
Bronz	60—120	
Aluminiu	30— 80	
Duraluminiu	80—150	
Lemn de brad (în lungul fibrelor)	7— 10	
Lemn de brad (perpendicular pe fibre)	—	1,5—2
Lemn de fag (în lungul fibrelor)	9— 13	
Lemn de fag (perpendicular pe fibre)	—	2—3,5
Cărămidă	pînă la 0,2	0,6—2,5
Beton	0,1—0,7	1—9

Capitolul 2

ÎNTINDEREA ŞI COMPRESIUNEA

2.1. FORŢĂ AXIALĂ. DIAGRAME DE FORŢE AXIALE

Întinderea sau compresiunea unei bare drepte are loc atunci cînd forţele care acţionează asupra ei au punctele de aplicaţie pe axa barei (axa centrelor de greutate ale secţiunilor transversale) şi direcţia acestei axe.

În figura 2.1, *a* este reprezentată o bară dreaptă de secţiune constantă, asupra căreia acţionează sarcini egale cu P şi de sens contrar, aplicate în centrele de greutate ale secţiunilor de la capete şi orientate după axa barei.

Dacă aceste forţe sînt dirijate către exterior ca în figură, se zice că bara este solicitată la întindere, iar dacă sînt dirijate către interior, bara este solicitată la compresiune.

Pentru a se afla valoarea tensiunilor, este necesar mai înainte să se determine valoarea forţelor interioare. Pentru aceasta, se secţionează bara solicitată, printr-un plan oarecare $m - n$, perpendicular pe axă, împărţindu-se astfel bara în două părţi (fig. 2.1, *b*). Se îndepărtează una din părţi şi se înlocuieşte efectul ei asupra părţii rămase cu o forţă interioară, care să-i menţină echilibrul. Această forţă interioară, care este rezultanta tuturor tensiunilor ce acţionează pe secţiune, situată tot în axa barei, se numeşte *forţă axială* şi se notează cu N. Ea este de sens contrar cu sarcina P care acţionează în capătul barei. Se poate scrie deci

$$N = P.$$

Valoarea cea mai mare a tensiunii are loc acolo unde forţa axială are valoarea cea mai mare.

În cazul în care o asemenea bară este încărcată cu sarcini axiale şi între cele două capete ale sale, forta axială nu mai are aceeaşi valoare pe toată lungimea barei, ci valori diferite pe diferite intervale. Valoarea forţei axiale într-o secţiune oarecare se determină, de asemenea, prin metoda secţiunilor.

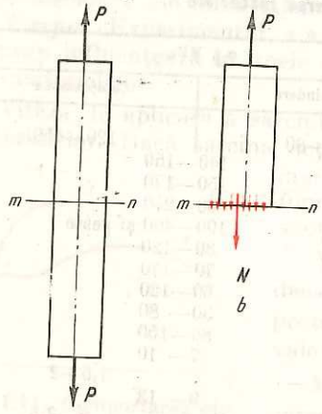


Fig. 2.1. Bară solicitată la întindere

a — supusă sarcinilor P; *b* — supusă sarcinii P şi efortului N.

Astfel, de exemplu, se consideră grinda din figura 2.2 încărcată axial cu sarcinile $P_1 = 70$ kN şi $P_2 = 50$ kN, situate la distanţă de 1 m una de alta. Se cere să se

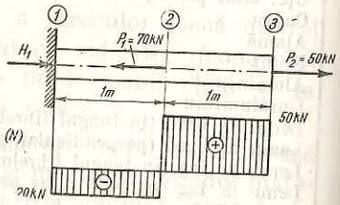


Fig. 2.2. Grindă solicitată de mai multe sarcini axiale.

calculeze eforturile pe secţiune şi să se reprezinte grafic variaţia acestora în lungul grinzii.

Se calculează mai întîi reacţiunea H_1, scriind ecuaţia de echilibru a forţelor pe orizontală (axa Ox). Se obţine

$$\Sigma X = 0;\ H_1 - P_1 + P_2 = 0.$$

Rezultă

$$H_1 = P_1 - P_2 = 70 - 50 = 20 \text{ kN}.$$

Se scrie, apoi, forţa axială pe diverse intervale de pe grindă aplicîndu-se metoda secţiunilor.

Astfel, de exemplu, dacă se secţionează bara între punctele de aplicaţie ale forţelor H_1 şi P_1 şi se îndepărtează partea grinzii situate la dreapta acestei secţiuni, pentru menţinerea echilibrului părţii din stînga, forţa interioară este

$$N_{12} = H_1 = -20 \text{ kN}.$$

Procedîndu-se la fel şi pentru intervalul *2—3*, se obţine forţa axială pe acest interval egală cu

$$N_{23} = -H_1 + P_1 = -20 + 70 = 50 \text{ kN}.$$

Se observă că ***forţa axială într-o secţiune oarecare este egală cu suma proiecţiilor pe axa barei a tuturor forţelor situate de o parte a secţiunii (sau suma celor din partea opusă, cu convenţia de semne schimbate pentru a respecta ecuaţia de echilibru). Convenţional, forţa axială se consideră pozitivă cînd întinde porţiunea de bară pe care acţionează şi negativă cînd o comprimă.***

Luîndu-se o axă de referinţă paralelă cu axa barei şi reprezentîndu-se la o anumită scară deasupra axei valorile pozitive şi dedesubt cele negative, se obţine diagrama (N) din figura 2.2. Reprezentarea astfel obţinută se numeşte *diagramă de forţe axiale*.

2.2. TENSIUNI NORMALE LA ÎNTINDERE SAU COMPRESIUNE

Sub acţiunea acestor forţe axiale, bara se deformează, lungindu-se sau scurtîndu-se. Dacă pe suprafaţa laterală a barei se trasează, înainte de aplicarea sarcinilor, conturul a două secţiuni transversale situate la o oarecare distanţă una de cealaltă şi apoi se aplică sarcinile, după cum s-a arătat mai sus, se constată că distanţa dintre cele două contururi s-a schimbat, dar contururile au rămas în acelaşi plan. Aceasta înseamnă că lungirile tuturor fibrelor de pe contur sînt egale între ele. Admiţîndu-se acest lucru ca valabil şi pentru partea nevăzută a secţiunilor, se poate considera că, în cazul solicitării la întindere sau compresiune, este valabilă ipoteza lui Bernoulli, după care o secţiune plană şi normală înainte de deformare rămîne plană şi normală şi după deformare. Rezultă astfel că tensiunile care, conform legii lui Hooke, sînt proporţionale cu alungirile, sînt distribuite uniform pe secţiune. Local, în secţiunile în care se aplică sarcinile, tensiunile nu se repartizează uniform dar, la o distanţă mică de acestea, repartiţia lor devine uniformă pe secţiune.

Tensiunile au direcția perpendiculară pe secțiune, sînt deci tensiuni normale și se notează cu σ_t pentru întindere și cu σ_c pentru compresiune. Deoarece aceste tensiuni sînt distribuite uniform pe secțiune, valoarea lor se obține din relația

$$\sigma_t = \frac{N}{A}. \tag{2.1}$$

Condiția de rezistență a barei cere ca această valoare să fie mai mică decît rezistența admisibilă σ_{at}.

Cu relația (2.1) se poate calcula aria secțiunii transversale A, dacă se cunoaște forța de întindere și se alege valoarea rezistenței admisibile. În acest caz, relația folosește la dimensionare și se scrie sub forma

$$A_{nec} \geq \frac{N}{\sigma_{at}}. \tag{2.2}$$

Atunci cînd sînt cunoscute forțele exterioare care acționează asupra barei și dimensiunile acesteia, relația (2.1) poate folosi la verificarea tensiunilor ce iau naștere pe secțiune și se scrie sub forma

$$\sigma_{ef} = \frac{N_{ef}}{A_{ef}} \leq \sigma_{at}. \tag{2.3}$$

Cînd se cunosc dimensiunile secțiunii transversale și materialul din care este executată piesa, cu ajutorul relației (2.1) se poate calcula sarcina pe care o poate suporta.

În acest caz, relația se scrie sub forma

$$N_{cap} = \sigma_{at} A_{ef} \geq N_{ef}. \tag{2.4}$$

EXEMPLU DE CALCUL

1. Se cere să se dimensioneze o bară de oțel de secțiune pătrată, solicitată la întindere cu o forță $P = 56$ kN.

Pentru această bară se alege un oțel OL 37, STAS 500/1-78, a cărui rezistență admisibilă se ia din tabelul 1.2 pentru solicitarea la întindere, egală cu $\sigma_{at} = 140$ MPa.

Rezolvare:

Aria secțiunii transversale este dată de relația

$$A_{nec} = \frac{P}{\sigma_{at}} = \frac{56\,000}{140 \cdot 10^6} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Notînd cu a latura pătratului secțiunii, se obține

$$a = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 20\ \text{mm}.$$

2. Se cere să se verifice un tirant de oțel pentru care se dau:
- forța de întindere $P = 60$ kN;
- aria secțiunii transversale $A_{ef} = 6 \cdot 10^{-4}$ m^2;
- rezistența admisibilă $\sigma_{at} = 140$ MPa.

Rezolvare:

Pentru acest caz, $N_{ef} = P$; aplicînd relația (2.3), se obține

$$\sigma_{ef} = \frac{N_{ef}}{A_{ef}} = \frac{60\,000}{6 \cdot 10^{-4}} = 100\ \text{MPa} < \sigma_{at}.$$

3. Se cere să se determine sarcina capabilă la o bară de oțel de secțiune circulară, avînd diametrul de 50 mm, dacă $\sigma_{at} = 120$ MPa.

Rezolvare:

Sarcina capabilă se obține din relația (2.4):

$$N_{cap} = \sigma_{at} A_{ef} = 120 \cdot 10^6 \frac{\pi \cdot 0{,}05^2}{4} = 235\,560\ \text{N} = 235{,}56\ \text{kN}.$$

2.3. SECȚIUNE BRUTĂ, NETĂ ȘI PERICULOASĂ

Există piese a căror secțiune nu este constantă pe toată lungimea. În figura 2.3 este reprezentată o platbandă de secțiune dreptunghiulară, de lățime b și grosime s solicitată la întindere cu o forță P, în care s-au practicat: în secțiunea $m-n$, o gaură de diametru d, iar în secțiunea $p-r$, două găuri de același diametru d.

Se numește secțiune brută secțiunea neslăbită a acestei platbande, determinată de relația

$$A_t = bs.$$

Secțiunile din dreptul găurilor, respectiv $m-n$ și $p-r$, se numesc secțiuni nete și se determină din relațiile

$$A_{s_1} = (b - d)s \text{ și, respectiv, } A_{s_2} = (b - 2d)s.$$

Cea mai mică dintre aceste secțiuni, respectiv A_{s_2}, se numește *secțiune periculoasă*.

În calculele de rezistență se ia în considerație secțiunea periculoasă a piesei.

EXEMPLU DE CALCUL

Se cere să se calculeze lățimea piesei din figura 2.3 dacă grosimea ei este $s = 10$ mm, diametrul găurilor $d = 15$ mm și sarcina $P = 14$ kN.

Platbanda fiind din oțel, se ia pentru rezistența admisibilă valoarea $\sigma_{at} = 140$ MPa.

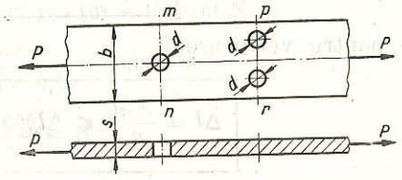


Fig. 2.3. Piesă cu o secțiune brută, două secțiuni nete ($m-n$, $p-r$) și o secțiune periculoasă ($p-r$).

Rezolvare:

Piesa se dimensionează în secțiunea periculoasă cu ajutorul relației de dimensionare:

$$A_{s_2} = \frac{P}{\sigma_{at}} = \frac{140\,000}{140 \cdot 10^6} = 10^{-3}\ \text{m}^2.$$

Dar

$A_{s_2} = (b - 2d)s = (b - 2 \cdot 15 \cdot 10^{-3})10^{-2} = (b - 3 \cdot 10^{-2})10^{-2}$.

Deci

$10^{-2}(b - 3 \cdot 10^{-2}) = 10^{-3}$, de unde rezultă $b = 13 \cdot 10^{-2}$ m.

2.4. DEFORMAȚII ȘI DEPLASĂRI LA BARELE DREPTE SOLICITATE LA ÎNTINDERE

Dacă tensiunile normale ce se produc într-o bară dreaptă de secțiune constantă A și de lungime l solicitată la întindere nu depășesc limita de elasticitate, între tensiuni și deformații există relația

$$\sigma = E\varepsilon.$$

Înlocuindu-se în această relație $\sigma = \frac{N}{A}$ și $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$,

se obține

$$\frac{N}{A} = E\frac{\Delta l}{l},$$

de unde se deduce că lungirea totală a barei Δl este

$$\boxed{\Delta l = \frac{Nl}{EA}.} \qquad (2.5)$$

Din această relație se observă că lungimea totală a barei este proporțională cu lungimea acesteia și invers proporțională cu produsul EA, care poartă numele de *modul de rigiditate la întindere, respectiv modul de rigiditate la compresiune.*

Condiția de rigiditate a barei cere ca valorile lui Δl sau ε să fie mai mici decît lungimea, respectiv alungirea admisibilă (Δl_a, ε_a).

Această relație ca și relația (2.1) poate fi scrisă ca relație de dimensionare, de verificare sau determinare a forței capabile, după cum urmează:

— pentru dimensionare:

$$\boxed{A_{nec} \geqslant \frac{N_{ef}l}{E\Delta l_a} = \frac{N_{ef}}{E\varepsilon_a},} \qquad (2.6)$$

— pentru verificare:

$$\boxed{\Delta l = \frac{N_{ef}l}{EA} \leqslant \Delta l_a;\ \text{sau}\ \varepsilon = \frac{N_{ef}}{EA} \leqslant \varepsilon_a,} \qquad (2.7)$$

— pentru determinarea forței capabile:

$$\boxed{N_{cap} = \frac{EA_{ef}\Delta l_a}{l} = EA_{ef}\varepsilon_a.} \qquad (2.8)$$

Din cele de mai sus rezultă că pentru rezolvarea unei probleme de rezistență există cîte două relații pentru dimensionare, verificare și determinarea forței capabile. De obicei, cînd se impune unei piese să răspundă și condiției de rezistență și celei de rigiditate, se folosesc relațiile (2.1) și (2.5), alegîndu-se soluția cea mai favorabilă.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Se cere să se dimensioneze o bară din lemn de secțiune pătrată cu latura a, lungă de 2 m, solicitată la întindere cu o forță de 25 kN, în următoarele condiții:
— rezistența admisibilă este $\sigma_{at} = 10$ MPa;
— lungirea maximă să nu depășească $\Delta l_a = 1{,}5$ mm.
Modulul de elasticitate al lemnului este $E = 10^4$ MPa.

Rezolvare:

Din relația de dimensionare (2.2) se obține

$$A_{nec} = \frac{N}{\sigma_{at}} = \frac{25\,000}{10 \cdot 10^6} = 25 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Rezultă $a = 5 \cdot 10^{-2}$ m $= 50$ mm.
Din relația de dimensionare (2.6) se obține

$$A_{nec} = \frac{N_{ef}l}{E\Delta l_a} = \frac{25\,000 \cdot 2}{10^{10} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 33{,}3 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Rezultă $a = 10^{-2}\sqrt{33{,}3} = 5{,}76 \cdot 10^{-2} \approx 60$ mm.

Dimensionarea răspunde ambelor condiții, dacă latura secțiunii grinzii se ia cea rezultată din condiția de rigiditate.

2. O grindă din lemn avînd lungimea de 6 m și secțiunea transversală un dreptunghi cu laturile $b = 100$ mm și $h = 150$ mm este solicitată la întindere.
Să se determine forța axială maximă pe care o poate suporta dacă rezistența admisibilă la compresiune a lemnului este $\sigma_{at} = 10$ MPa și să se calculeze lungirea grinzii sub această sarcină, alungirea și alungirea în procente.
Se dă modulul de elasticitate longitudinal al lemnului $E = 10^4$ MPa.

Rezolvare:

$$N_{cap} = A_{ef}\sigma_{at} = 0{,}10 \cdot 0{,}15 \cdot 10 \cdot 10^6 = 150\,000\ \text{N}.$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{150\,000 \cdot 6}{10^{10} \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}10} = 0{,}006\ \text{m}.$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0{,}006}{6} = 10^{-3}.$$

$$\varepsilon[\%] = 100\varepsilon = 10^{-1} = 0{,}1.$$

3. O bară din oțel cu rezistența de rupere $R_m = 420$ MPa și modulul de elasticitate longitudinal $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, având diametrul de 10 mm este supusă la întindere.

Să se calculeze forța axială necesară pentru a produce o alungire $\varepsilon = 0{,}015\%$, coeficientul de siguranță și forța necesară pentru ruperea barei.

Rezolvare:

Din egalitatea $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{EA}$ se deduce

$$N = \varepsilon EA = \frac{0{,}015}{100} \cdot 2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}01^2}{4} = 2\,500 \text{ N}.$$

Coeficientul de siguranță este

$$c = \frac{\sigma_r}{\sigma_{ef}} = \frac{R_m}{E_\varepsilon} = \frac{420}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot \frac{0{,}015}{100}} = \frac{420}{31{,}5} = 13{,}3,$$

iar forța necesară pentru ruperea barei,

$$N_r = R_m A_{ef} = 420 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}01^2}{4} = 33\,000 \text{ N}.$$

Relațiile (2.1) și (2.5), precum și cele ce decurg din ele sînt valabile și pentru barele comprimate. În cazul barelor lungi supuse la compresiune este necesară și o verificare suplimentară la stabilitate (flambaj).

2.5. TENSIUNI PRODUSE DE VARIAȚIA DE TEMPERATURĂ

La exemplele întîlnite pînă acum, tensiunile de întindere sau compresiune s-au determinat scriind condițiile de echilibru ale solidului rigid. În practică însă există o serie de elemente de construcții și organe de mașini, a căror dimensionare sau verificare nu se poate face folosindu-se numai aceste condiții; ele fac parte din categoria problemelor static nedeterminate.

Ecuațiile necesare rezolvării unei asemenea probleme se completează apelîndu-se la condiția de deformație a sistemului considerat.

O problemă static nedeterminată se rezolvă astfel:

— se stabilesc eforturile care urmează să fie determinate;

— se scriu ecuațiile de echilibru ale solidului rigid;

— se scriu ecuațiile suplimentare care, împreună cu condițiile de echilibru, trebuie să permită determinarea tuturor eforturilor necunoscute.

În cele ce urmează se tratează modul de rezolvare a unei asemenea probleme.

Un exemplu îl constituie șinele sudate de cale ferată, în care, datorită variației de temperatură față de temperatura la care s-a realizat sudura și datorită faptului că alungirea sau scurtarea este împiedicată, pot lua naștere tensiuni destul de mari.

Problema se rezolvă considerîndu-se (fig. 2.4) o bară de lungime l, la temperatura t_1, încastrată la ambele capete, avînd aria secțiunii transversale A, modulul de elasticitate longitudinal E și coeficientul de dilatare liniară α.

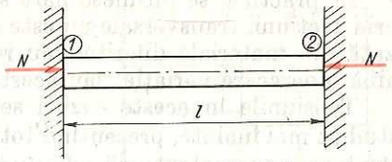


Fig. 2.4. Bară încastrată la ambele capete supusă la o variație de temperatură.

Se cere să se calculeze tensiunile în condițiile în care temperatura barei crește de la t_1 la t_2.

În aceste condiții, bara încearcă să se lungească, căutînd să împingă cele două reazeme *1* și *2*, care se vor opune cu o forță N, comprimînd bara. Această forță nu se poate determina din condițiile de echilibru static, singura condiție de echilibru ce se poate scrie conducînd la concluzia că reacțiunile din reazemele *1* și *2* sînt egale și de sens contrar. Sistemul este static, nedeterminat.

Condiția de rigiditate însă precizează că lungimea barei rămîne aceeași și după încălzirea ei. Aceasta presupune că lungirea barei produsă prin dilatare Δl_d, în cazul în care ar fi fost liberă la un capăt, este egală cu scurtarea Δl_c produsă de compresiunea barei datorită forței N. Din această condiție rezultă relația dintre aceste deplasări, și anume

$$\Delta l_d = \Delta l_c.$$

Cele două deplasări se scriu: $\Delta l_d = \alpha l(t_2 - t_1)$, respectiv $\Delta l_c = \frac{Nl}{EA}$.

Egalînd cele două deplasări, se obține

$$\frac{Nl}{EA} = \alpha l(t_2 - t_1).$$

Deoarece $\frac{N}{A} = \sigma_c$,

rezultă $$\boxed{\sigma_c = E\alpha(t_2 - t_1).} \qquad (2.9)$$

Se vede din această relație că tensiunea într-o asemenea bară nu depinde de dimensiunile barei (lungimea, aria secțiunii), ci numai de natura materialului acesteia (E, α) și de diferența de temperatură.

EXEMPLU DE CALCUL

Se cere să se calculeze valoarea tensiunii care ia naștere într-o șină de cale ferată supusă unei variații de temperatură de 50°C față de temperatura de montaj.

Se dau: modulul de elasticitate al materialului șinei $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa, coeficientul de dilatare liniară $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ și rezistența admisibilă a materialului șinei $\sigma_{at} = 200$ MPa.

Rezolvare:

Aplicîndu-se relația (2.9), se obține

$$\sigma_c = E\alpha(t_2 - t_1) = 2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 126 \text{ MPa} < 200 \text{ MPa}.$$

În practică, se întîlnesc bare supuse la variații de temperatură la care fie aria secțiunii transversale nu este constantă în lungul barei, fie bara este realizată din materiale diferite, sau reazemele pot permite ca lungimea barei să aibă o oarecare variație, sau aceste situații pot să aibă loc simultan.

Tensiunile în aceste cazuri se calculează în principiu la fel ca în cazul studiat mai înainte, prezentînd totuși unele particularități. Astfel, de exemplu, deplasarea se calculează adunîndu-se deplasările părților de secțiune variabilă sau din materiale diferite calculate separat. Dacă bara are posibilitatea să-și modifice lungimea, se scrie că suma deplasărilor datorate variației de temperatură și sarcinilor este egală cu jocul existent.

EXEMPLE DE CALCUL

1. O bară este executată din două porțiuni din materiale diferite, care au aceeași lungime l și aceeași secțiune A, modulele de elasticitate E_1 și E_2 și coeficienții de dilatare liniară α_1 și α_2. Bara este încastrată la un capăt, iar între capătul liber și reazem rămîne un rost Δl_0 (fig. 2.5). Să se calculeze tensiunile din cele două materiale atunci cînd temperatura acestora crește cu Δt. Se dau:

$E_1 = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa; $E_2 = 1 \cdot 10^5$ MPa;
$\alpha_1 = 12 \cdot 10^{-6}$; $\alpha_2 = 17 \cdot 10^{-6}$;
$\Delta l_0 = 0{,}03$ cm; $l = 0{,}5$ m;
$\Delta t = 50°C$; $\sigma_{at_2} = 70$ MPa.
$\sigma_{at_1} = 140$ MPa;

Rezolvare:

Datorită variației de temperatură, bara se lungește cu

$$\Delta l_d = \alpha_1 l \Delta t + \alpha_2 l \Delta t = l \Delta t(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Scurtarea barei datorită reacțiunilor din reazeme este

$$\Delta l_c = \frac{Nl}{E_1 A} + \frac{Nl}{E_2 A} = \frac{Nl}{A}\left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right].$$

Diferența dintre aceste deplasări este Δl_0.
Deci

$$l \Delta t(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{Nl}{A}\left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right] = \Delta l_0.$$

În această relație, $\frac{N}{A} = \sigma_c$ și deci

$$l \Delta t(\alpha_1 + \alpha_2) - \sigma l \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right] = \Delta l_0.$$

Rezultă

$$\sigma_c = \frac{l \Delta t(\alpha_1 + \alpha_2) - \Delta l_0}{l\left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right]} = \frac{0{,}5 \cdot 50(12 + 17) \cdot 10^{-6} - 0{,}03 \cdot 10^{-2}}{0{,}5\left[\frac{1}{2{,}1 \cdot 10^{11}} + \frac{1}{1 \cdot 10^{11}}\right]} =$$

$$= 57{,}5 \text{ MPa} < 70 \text{ MPa}$$

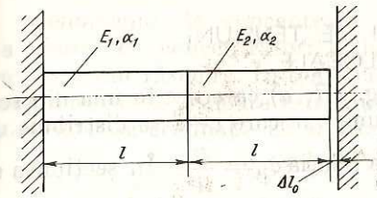


Fig. 2.5. Bară din două materiale diferite încastrată la un capăt, cu un rost la capătul liber.

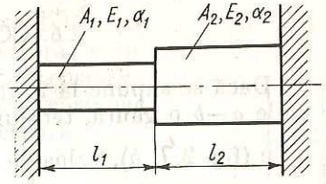


Fig. 2.6. Bară din două porțiuni de diametre, lungimi și materiale diferite.

2. Se dă bara din figura 2.6 alcătuită din două porțiuni de secțiuni, lungimi și materiale diferite. Cunoscîndu-se coeficienții de dilatare liniară ai materialelor respective și variația de temperatură la care este supusă bara, să se calculeze tensiunile care iau naștere în cele două porțiuni ale acesteia. Se dau:

$E_1 = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa; $E_2 = 0{,}7 \cdot 10^5$ MPa;
$A_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ m²; $A_2 = 4 \cdot 10^{-4}$ m²;
$l_1 = 0{,}5$ m; $l_2 = 0{,}6$ m;
$\alpha_1 = 12 \cdot 10^{-6}$; $\alpha_2 = 24 \cdot 10^{-6}$.
$\Delta t = 30°C$;

Rezolvare:

Lungirea barei datorită variației de temperatură este

$$\Delta l_d = l_1 \alpha_1 \Delta t + l_2 \alpha_2 \Delta t = \Delta t(l_1 \alpha_2 + l_2 \alpha_2).$$

Scurtarea barei prin compresiune produsă de forța N, ce ia naștere datorită împiedicării dilatării, este

$$\Delta l_c = \frac{Nl_1}{E_1 A_1} + \frac{Nl_2}{E_2 A_2} = N\left[\frac{l_1}{E_1 A_1} + \frac{l_2}{E_2 A_2}\right].$$

Din egalarea acestor deplasări se obține

$$\Delta t(l_1 \alpha_1 + l_2 \alpha_2) = N\left[\frac{l_1}{E_1 A_1} + \frac{l_2}{E_2 A_2}\right]$$

Rezultă

$$N = \frac{\Delta t(l_1 \alpha_1 + l_2 \alpha_2)}{\frac{l_1}{E_1 A_1} + \frac{l_2}{E_2 A_2}}.$$

Tensiunile normale sînt

$$\sigma_1 = \frac{N}{A_1} = \frac{\Delta t(l_1 \alpha_1 + l_2 \alpha_2)}{\frac{l_1}{E_1} + \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{l_2}{E_2}} = \frac{30(0{,}5 \cdot 12 \cdot 10^{-6} + 0{,}6 \cdot 24 \cdot 10^{-6})}{\frac{0{,}5}{2{,}1 \cdot 10^{11}} + \frac{2}{4} \cdot \frac{0{,}6}{0{,}7 \cdot 10^{11}}} = 135 \text{ MPa};$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A_2} = \frac{\Delta t(l_1 \alpha_1 + l_2 \alpha_2)}{\frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}} = \frac{30(0{,}5 \cdot 12 \cdot 10^{-6} + 0{,}6 \cdot 24 \cdot 10^{-6})}{\frac{4}{2} \cdot \frac{0{,}50}{2{,}1 \cdot 10^{11}} + \frac{0{,}60}{0{,}7 \cdot 10^{11}}} = 67{,}5 \text{ MPa}.$$

2.6. CONCENTRATORI DE TENSIUNI. TENSIUNI LOCALE

Dacă se supune la întindere o bară (fig. 2.7, *a*) care are în una din secțiunile $a-b$ o gaură, tensiunile într-o secțiune oarecare $c-d$ se distribuie uniform (fig. 2.7, *b*), valoarea lor fiind dată de relația $\sigma_n = \frac{P}{A}$. În secțiunea slăbită $a-b$, distribuția tensiunilor nu este însă uniformă. Ea are loc ca în figura 2.7, *c*. Se observă că, în vecinătatea găurii, pe o porțiune destul de mică, valoarea tensiunilor este de circa trei ori mai mare decît pe restul secțiunii unde aceasta rămîne aproximativ egală cu σ_n. Datorită acestei găuri, pe o porțiune mică din suprafața secțiunii iau naștere deci tensiuni locale foarte mari. Asemenea tensiuni apar într-o piesă ori de cîte ori secțiunea acesteia este slăbită de existența unor așa-numiți *concentratori de tensiuni*. Asemenea concentratori sînt, de exemplu, zgîrieturile, șanțurile de pe suprafața unei bare, filetele, variația bruscă de secțiune, urmele de prelucrare a suprafețelor cu diverse scule așchietoare etc. În figura 2.8, *a*,*b*,*c* sînt prezentate cîteva exemple de astfel de concentratori.

Raportul dintre valoarea maximă a tensiunilor pe secțiune σ_{max}, în cazul existenței unor asemenea concentratori, și tensiunea nominală σ_n calculată ca și cum aceștia n-ar exista, se numește *coeficient de concentrare* și se notează cu α_σ:

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}. \qquad (2.10)$$

Valorile acestor coeficienți s-au determinat pentru diverse tipuri de concentratori, în funcție de geometria piesei și a concentratorului respectiv, și se găsesc în lucrările de specialitate.

Acest fenomen de concentrare a tensiunilor este periculos pentru piesele realizate din materiale fragile, deoarece în prezența tensiunilor locale mari, ce iau naștere în asemenea împrejurări, acestea se pot rupe sau căpăta fisuri periculoase.

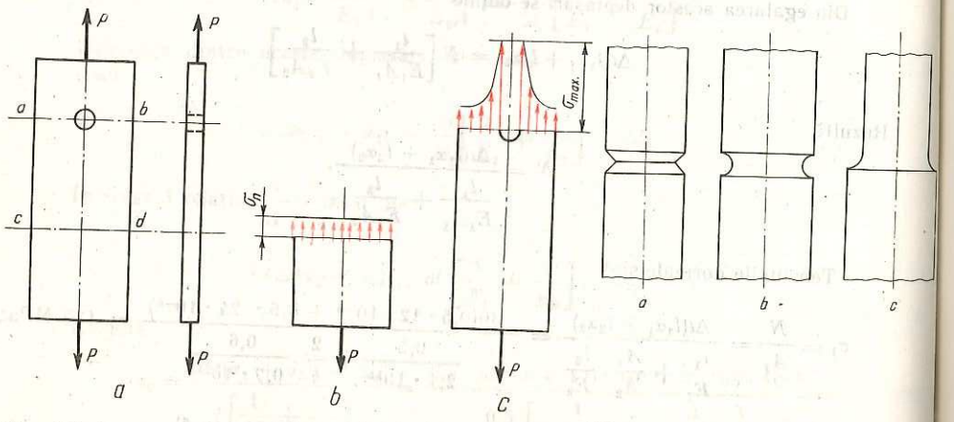


Fig. 2.7. Bară cu concentrator de tensiuni solicitată la întindere:
a — bara solicitată; *b* — tensiunile într-o secțiune oarecare; *c* — tensiunile în secțiunea cu concentrator.

Fig. 2.8. Exemple de bare cu diverse tipuri de concentratori.

Fenomenul de concentrare a tensiunilor se întîlnește la piesele cu concentratori și la solicitarea acestora la încovoiere sau răsucire. În toate cazurile există local tensiunea maximă a cărei valoare este mult mai mare decît tensiunea nominală determinată cu ajutorul formulelor clasice.

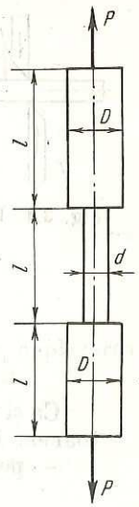


Fig. 2.9. Bară cu secțiune variabilă solicitată la întindere.

PROBLEME NEREZOLVATE

1. Se dă o bară cu diametrul $d = 20$ mm și lungimea $l = 200$ mm întinsă cu o forță $P = 40$ kN. Modulul de elasticitate longitudinal al materialului barei este $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa. Să se calculeze tensiunile normale ce iau naștere în bară și lungirea acesteia.

Răspuns: $\sigma_l = 127$ MPa; $\Delta l = 0{,}01212$ cm.

2. Ce coeficient de siguranță are o bară de oțel în care se produce o tensiune $\sigma_{ef} = 60$ MPa, dacă este executată dintr-un oțel cu $R_m = 380$ MPa.

Răspuns: $c = 6{,}33$.

3. Să se calculeze lungirea barei din figura 2.9 întinsă cu o forță $P = 20$ kN dacă $l = 5$ m, $d = 1{,}5$ cm, $D = 2{,}5$ cm, și $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa.

Răspuns: $\Delta l = 0{,}463$ cm.

4. Care este înălțimea maximă pe care o poate avea un zid de cărămidă astfel încît sub greutatea proprie să nu se depășească rezistența sa admisibilă la compresiune σ_{ac} 1 MPa, dacă densitatea cărămizii este $\rho = 1\,600$ kg/m³.

Răspuns: $h = 62{,}5$ m.

Capitolul 3

FORFECAREA

3.1. DEFINIȚIE, TENSIUNI TANGENȚIALE

Solicitarea de forfecare se produce la piesele de secțiune mică cînd asupra lor acționează două forțe transversale, egale și de sens contrar, perpendiculare pe axa longitudinală a pieselor respective, situate la o distanță foarte mică una de alta (fig. 3.1).

În practică, solicitarea de forfecare are loc la asamblările cu șuruburi, cu nituri, cu pene, la asamblări sudate și la tăierea tablelor. Părțile

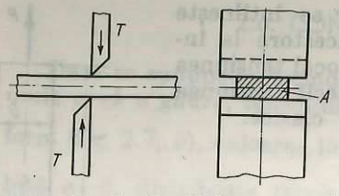


Fig. 3.1. Bară solicitată la forfecare.

solicitate la forfecare sînt şuruburile, niturile, penele, sudurile, pe care forţele exterioare tind să le rupă prin lunecare.

Pentru calculul la forfecare al acestor piese se admite ipoteza simplificatoare că tensiunile tangenţiale ce iau naştere au aceeaşi valoare pe întreaga secţiune.

Notînd cu T forta tăietoare şi cu A secţiunea piesei din figura 3.1, valoarea tensiunii tangenţiale τ_f se obţine din relaţia

$$\tau_f = \frac{T}{A}. \tag{3.1}$$

Ca şi relaţia (2.1) de la întindere şi aceasta se poate scrie sub una din următoarele forme:

— pentru dimensionare:

$$A_{nec} = \frac{T}{\tau_{af}}; \tag{3.2}$$

— pentru verificare:

$$\tau_{ef} = \frac{T_{ef}}{A_{ef}} \leqslant \tau_{af}; \tag{3.3}$$

— pentru determinarea forţei capabile:

$$T_{cap} = A_{ef} \cdot \tau_{af}. \tag{3.4}$$

În aceste relaţii, indicele *ef* se referă la mărimi ale căror valori sînt cunoscute, iar τ_{af} reprezintă rezistenţa admisibilă la forfecare.

Relaţia (3.1) este o relaţie convenţională stabilită în baza unei ipoteze simplificatoare. Pentru nevoile practicii, ea este, însă, suficientă la piesele de dimensiuni mici.

3.2. RELAŢIA DINTRE TENSIUNI ŞI DEFORMAŢII LA SOLICITAREA DE FORFECARE

Modul de deformare a unei piese întîlnit la solicitarea de forfecare este reprezentat în figura 3.2, *a*. Pe această figură se observă că în secţiunea de forfecare un strat foarte subţire de material se deplasează astfel încît are loc o deformaţie unghiulară. Notîndu-se cu γ unghiul cu care se micşorează unghiul iniţial de 90°, denumit lunecare specifică, se constată că valoarea acestuia este proporţională cu tensiunile tangenţiale după legea lui Hooke, şi anume

$$\tau = \tau_f = G\gamma, \tag{3.5}$$

G fiind modulul de elasticitate transversal.

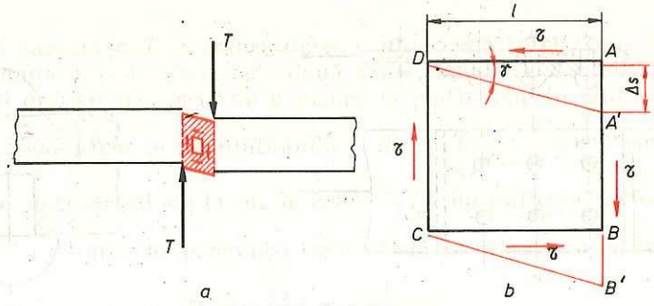


Fig. 3.2. Deformaţia la forfecare.

Considerînd o parte din acest strat reprezentat în figura 3.2, *b*, deplasarea punctului A sub efectul tensiunilor tangenţiale, notată cu Δs, este

$$\Delta s = l\gamma.$$

Ţinînd seama de legea lui Hooke pentru solicitarea de forfecare,

$$\Delta s = l\,\frac{\tau_f}{G}.$$

Dacă în această relaţie se introduce $\tau_f = \frac{T}{A}$, se obţine relaţia care dă deplasarea prin lunecare, şi anume

$$\Delta s = \frac{Tl}{GA}. \tag{3.6}$$

Se observă că relaţiile (3.2), (3.5) şi (3.6) sînt analoage celor de la solicitările de întindere sau compresiune în care însă σ se înlocuieşte cu τ, N cu T şi E cu G.

3.3. APLICAŢII ALE FORFECĂRII

3.3.1. Calculul asamblărilor nituite

Asamblările nituite sînt asamblări nedemontabile întîlnite frecvent în construcţiile metalice, la construcţia rezervoarelor, la nave etc.

O asamblare nituită sub forma cea mai simplă se prezintă ca în figura 3.3. Sub acţiunea forţelor T, platbandele suprapuse tind să lunece una faţă de cealaltă, iar niturile împiedică lunecarea.

Dacă asamblarea este realizată prin mai multe nituri, se consideră că sarcina T se repartizează în mod egal, pe fiecare nit acţionînd două forţe egale şi de sens contrar a căror valoare se calculează din relaţia:

$$T_1 = \frac{T}{n}$$

n fiind numărul de nituri ale asamblării.

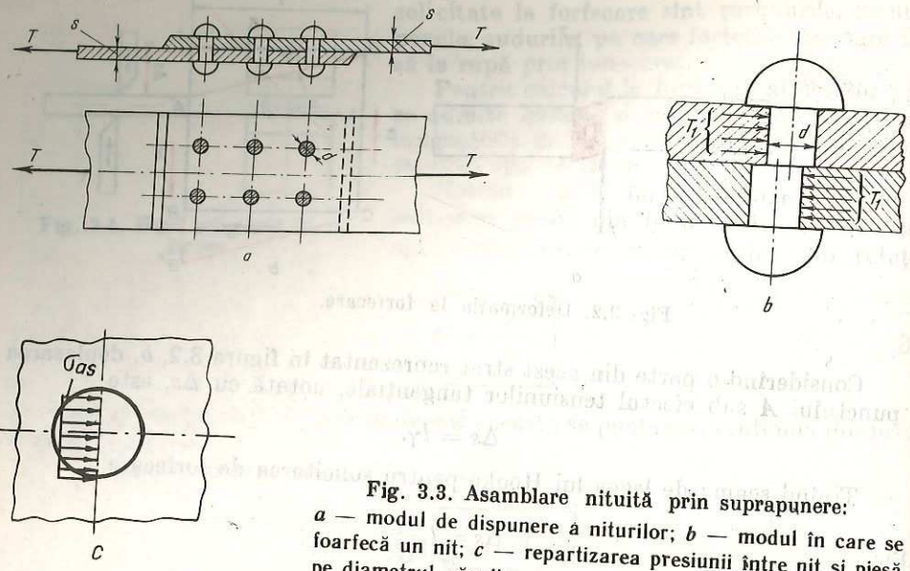


Fig. 3.3. Asamblare nituită prin suprapunere:
a — modul de dispunere a niturilor; *b* — modul în care se foarfecă un nit; *c* — repartizarea presiunii între nit și piesă pe diametrul găurii.

Aceste forțe T_1 (fig. 3.3, *b*) tind să foarfece nitul în secțiunea corespunzătoare planului de separație al celor două platbande.

Dacă diametrul nitului se consideră d, tensiunea tangențială ce ia naștere pe secțiunea acestuia este

$$\tau_f = \frac{T_1}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{T}{n\frac{\pi d^2}{4}} \leqslant \tau_{af}, \tag{3.7}$$

unde τ_{af} este rezistența admisibilă la forfecare.

Situația prezentată corespunde nituirii la care niturile au o singură secțiune de forfecare.

La asamblarea din figura 3.4 niturile sînt supuse la forfecare în două secțiuni.

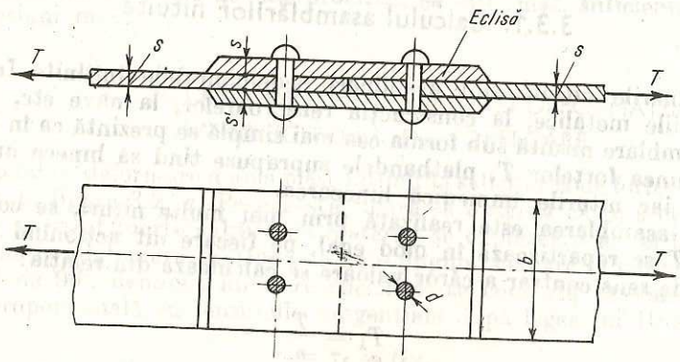


Fig. 3.4. Asamblare nituită cu eclise.

În acest caz, forța T se transmite prin intermediul unui grup de n nituri de la platbanda din stînga la cele două eclise, iar de la acestea, prin intermediul celui de-al doilea grup de n nituri, la platbanda din dreapta.

Fiecare nit preia de la platbandă o forță $T_1 = \frac{T}{n}$, echilibrată de forțele $\frac{T}{2n}$ care se transmit de la nit la eclise. Tija nitului este supusă la forfecare în două secțiuni, iar tensiunea tangențială se determină cu relația

$$\tau_f = \frac{T_1}{2\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{T}{2n\frac{\pi d^2}{4}}.$$

La stabilirea diametrului nitului în practică se are în vedere și presiunea ce se exercită pe suprafața de contact dintre nit și gaură σ_{as}, care se consideră uniform repartizată pe diametrul găurii (v. fig. 3.3, *c*). În acest caz, forța de forfecare a unui nit este

$$T_1 = \sigma_{as} d s, \tag{3.8}$$

iar din relațiile (3.7) și (3.8) se determină diametrul nitului ce se folosește la asamblări, respectiv:

— pentru niturile cu o singură secțiune de forfecare:

$$d = \frac{4}{\pi}\frac{\sigma_{as}}{\tau_{af}} s; \tag{3.9}$$

— pentru niturile cu două secțiuni de forfecare:

$$d = \frac{2}{\pi}\frac{\sigma_{as}}{\tau_{af}} s. \tag{3.10}$$

În practică, raportul $\frac{\sigma_{as}}{\tau_{af}} = 1{,}4...1{,}7$, iar diametrele niturilor pentru cele două tipuri de asamblări prezentate sînt $d \approx 2s$, respectiv $d = s$. Dacă la asamblarea cu eclise se ține seamă că grosimea eclisei (s)' este aproximativ egală cu jumătate din cea a platbandei (s), atunci relația ce dă diametrul nitului la o astfel de asamblare devine $d \approx 2s'$. Diametrul nitului la o asamblare nituită se poate alege deci în funcție de grosimea cea mai mică a tablelor ce se asamblează și este de circa două ori mai mare decît aceasta.

Diametrele niturilor sînt standardizate și se aleg ținîndu-se seamă de cea mai mică grosime a tablei din pachetul de table ce se asamblează. Pentru niturile folosite în construcțiile metalice, acestea sînt cuprinse în STAS 763-71.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Se dă asamblarea din figura 3.5 și se cere să se determine diametrul și numărul de nituri necesar, dacă se dau:

— forța ce solicită îmbinarea, $T = 30$ kN;
— lățimea platbandei, $b = 50$ mm;
— grosimea tablelor ce se îmbină, $s = 5$ mm;
— rezistența admisibilă la forfecare pentru materialul nituit, $\tau_{af} = 140$ MPa;
— tensiunea de contact admisibilă între nit și gaură, $\sigma_{as} = 220$ MPa.

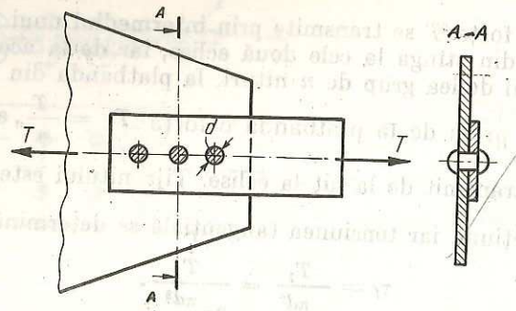


Fig. 3.5. Nituirea a două piese prin suprapunere.

Rezolvare:

Diametrul nitului se calculează cu relația (3.9), și anume

$$d = \frac{4}{\pi}\frac{\sigma_{as}}{\tau_{af}} s = \frac{4}{\pi}\cdot\frac{220}{140}\cdot 5\cdot 10^{-3} = 10^{-2}\ \text{m}.$$

Forța tăietoare care solicită un nit la forfecare este

$$T_1 = \frac{\pi d^2}{4}\tau_{af} = \frac{\pi}{4}\cdot 10^{-4}\,140\cdot 10^6 = 11\ \text{kN}.$$

Numărul de nituri se determină din relația

$$n = \frac{T}{T_1} = \frac{30}{11} \approx 3\ \text{nituri}.$$

2. Să se calculeze diametrul și numărul niturilor asamblării din figura 3.6, realizată din duraluminiu. Se dau:

- sarcina care solicită îmbinarea, $T = 35$ kN;
- grosimea profilurilor, $s_1 = 1$ mm;
- grosimea tablei, $s = 2$ mm;
- rezistența admisibilă la forfecare a nitului, $\tau_{af} = 100$ MPa;
- tensiunea de contact admisibilă între nit și gaură, $\sigma_{as} = 280$ MPa.

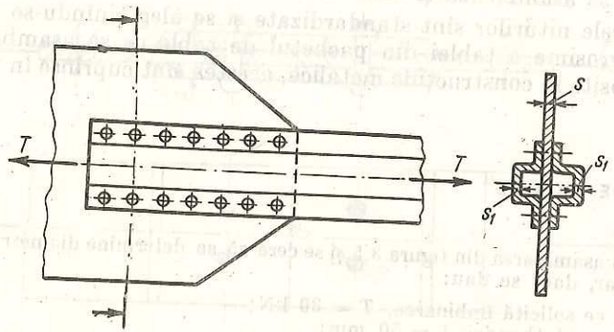


Fig. 3.6. Asamblarea nituită a unor piese din duraluminiu.

Rezolvare:

Diametrul nitului se calculează cu relația (3.10), și anume

$$d = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{\sigma_{as}}{\tau_{af}} s = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{280}{100}\cdot 2\cdot 10^{-3} = 4\cdot 10^{-3} = 4\ \text{mm}.$$

Forța tăietoare pentru un nit este

$$T_1 = 2\pi\frac{d^2}{4}\tau_{af} = \frac{2\pi(4\cdot 10^{-3})^2}{4}\cdot 100\cdot 10^6 = 2{,}51\ \text{kN}.$$

Numărul de nituri necesar este

$$n = \frac{T}{T_1} = \frac{35}{2{,}5} \approx 14\ \text{nituri}.$$

3.3.2. Calculul asamblărilor sudate

Relația (3.1) poate fi folosită și pentru calculul de rezistență al îmbinărilor sudate, după cum o ilustrează exemplul din figura 3.7, care reprezintă suduri laterale efectuate la îmbinarea a două platbande suprapuse. În acest caz, secțiunile de forfecare ale cordoanelor de sudură sînt notate pe figură cu t—t. Dacă grosimea platbandei superioare este s, atunci ca lățime a acestei secțiuni se consideră înălțimea a, a triunghiului isoscel de catete s, respectiv $a = \frac{\sqrt{2}}{2} s = 0{,}7\ s$.

Notînd cu l_s lungimea cordonului de sudură, se poate scrie egalitatea

$$2\tau_{as} l_s a = T, \qquad (3.11)$$

din care se poate calcula valoarea acestei mărimi, dacă celelalte mărimi din relație sînt cunoscute.

Pentru calculul lungimii reale a cordonului de sudură l se ține seama de imperfecțiunile de realizare a sudurii la capete, adăugîndu-se la lungimea l_s calculată o lungime egală cu $2a$.

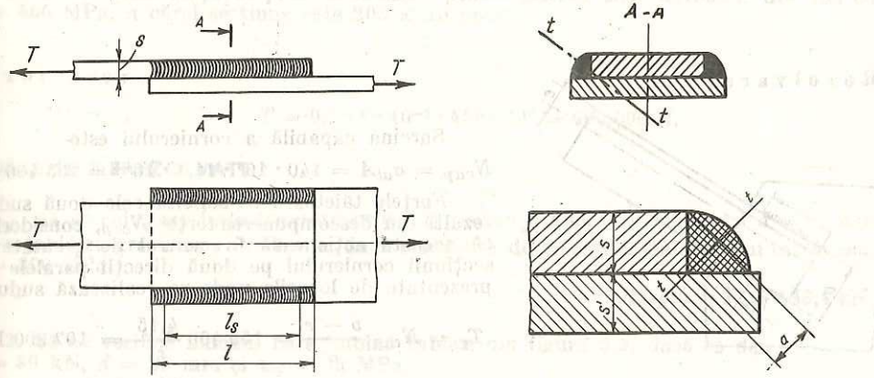


Fig. 3.7. Asamblare sudată.

Rezultă

$$l = l_s + 2a. \tag{3.12}$$

Exemplele prezentate nu epuizează toate tipurile posibile de asamblări nituite sau sudate și problemele legate de calculul lor. Ele ilustrează însă domeniul de aplicare a relațiilor stabilite în acest capitol. Date complete privind aceste asamblări și modul lor de calcul constituie obiectul unor capitole speciale din partea de organe de mașini.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Se cere să se verifice asamblarea sudată alcătuită din două platbande suprapuse ale căror dimensiuni sînt date pe figura 3.7, și anume: $s = 12$ mm, $l = 200$ mm, $T = 250$ kN.

Rezolvare:

Cele mai mari tensiuni tangențiale apar în secțiunea $t - t$, a cărei lățime este $a = 0{,}7 \cdot 12 = 8{,}4$ mm, s fiind grosimea platbandei. Lungimea acestei secțiuni se consideră ca fiind egală cu cea a cordonului de sudură, din care se scade de două ori lățimea a.

$$l_s = l - 2a = 0{,}2 - 2 \cdot 0{,}84 \cdot 10^{-3} = 0{,}183 \text{ m}.$$

Tensiunea tangențială este

$$\tau = \frac{T}{A} = \frac{T}{2l_1 a} = \frac{250 \cdot 10^3}{2 \cdot 0{,}183 \cdot 0{,}84 \cdot 10^{-3}} = 81{,}2 \text{ MPa}.$$

2. Să se calculeze lungimile cordoanelor de sudură l_1 și l_2 ale îmbinării din figura 3.8, alcătuită dintr-un cornier $60 \times 60 \times 10$ și un guseu, dacă îmbinarea trebuie să reziste la sarcina capabilă a cornierului.

Se dau:

- aria secțiunii cornierului, $A = 11{,}1$ cm²;
- lățimea aripii cornierului, $b = 60$ mm;
- distanța de la centrul de greutate al cornierului la una din fețele aripilor acestuia $e = 1{,}85$ cm;
- rezistența admisibilă la întindere a cornierului, $\sigma_{at} = 140$ MPa;
- rezistența admisibilă la forfecare a sudurii, $\tau_{as} = 91$ MPa;
- grosimea aripii cornierului, $g = 10$ mm.

Rezolvare:

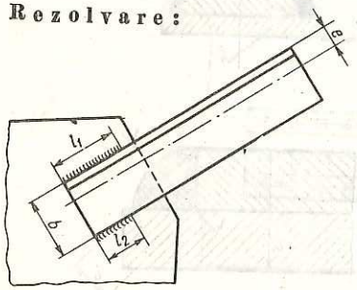


Fig. 3.8. Îmbinare sudată între un cornier și un guseu.

Sarcina capabilă a cornierului este

$$N_{cap} = \sigma_{at} A = 140 \cdot 10^6 \cdot 11{,}1 \cdot 10^{-4} = 155\,400 \text{ N}.$$

Forțele tăietoare ce solicită cele două suduri rezultă din descompunerea forței N_{cap}, considerînd că aceasta acționează în centrul de greutate al secțiunii cornierului pe două direcții paralele reprezentate de locurile unde se realizează sudura.

$$T_1 = N_{cap} \frac{b - e}{b} = 155\,400 \frac{4{,}15}{6} = 107\,300 \text{ N},$$

$$T_2 = N_{cap} \frac{e}{b} = 155\,400 \frac{1{,}85}{6} = 48\,100 \text{ N}.$$

Luînd grosimea sudurii egală cu $a = \frac{\sqrt{2}}{2} g = 0{,}7 \cdot 10 = 7$ mm, rezultă lungimile cordoanelor de sudură:

$$l_{s1} = \frac{T_1}{a\tau_{as}} = \frac{107\,300}{7 \cdot 91 \cdot 10^6} \approx 0{,}168 \text{ m};$$

$$l_{s2} = \frac{T_2}{a\tau_{as}} = \frac{4\,300}{0{,}7 \cdot 91 \cdot 10^6} \approx 0{,}0765 \text{ m}.$$

Lungimile reale ale acestor cordoane sînt

$$l_1 = l_{s1} + 2a = 168 + 2 \cdot 7 = 168 + 14 = 182 \text{ mm};$$

$$l_2 = l_{s2} + 2a = 76 + 2 \cdot 7 = 76 + 14 = 90 \text{ mm}.$$

3.3.3. Tăierea tablelor

Procesul de tăiere a tablelor este un proces compus din mai multe faze și depinde de o serie de factori, cum ar fi: natura materialului, dimensiunile acestuia, modul de rezemare a piesei, gradul de ascuțire a pieselor tăietoare etc.

Deși acest proces este destul de complex, forța necesară tăierii se calculează ținîndu-se seama numai de faza de tăiere propriu-zisă și de natura materialului supus tăierii.

Astfel, relația de bază pentru calculul forței de tăiere T este

$$T = \tau_r A, \tag{3.13}$$

în care:

τ_r este rezistența de rupere la forfecare;
A — aria secțiunii tăiate simultan.

EXEMPLU DE CALCUL

Să se calculeze forța de presare necesară pentru tăierea unei platbande din oțel cu $\tau_r = 450$ MPa, a cărei secțiune este 200×10 mm².

Rezolvare:

$$T = 0{,}2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 450 \cdot 10^6 = 900\,000 \text{ N}.$$

PROBLEME NEREZOLVATE

1. Să se calculeze forța necesară pentru a realiza o gaură cu diametrul $d = 20$ mm într-o tablă cu grosimea $s = 10$ mm, dacă rezistența de rupere a materialului tablei este $\tau_r = 300$ MPa.

Răspuns: $P = 188{,}4$ kN.

2. Să se verifice bulonul care îmbină tablele din figura 3.9, dacă se dau $N = 30$ kN, $d = 20$ mm și $\tau_{af} = 50$ MPa.

Răspuns: $\tau_{ef} = 47{,}8$ MPa.

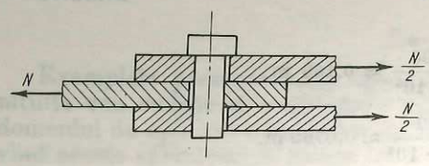


Fig. 3.9. Asamblare cu un bulon.

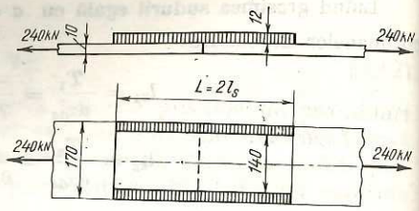


Fig. 3.10. Îmbinare sudată.

3. Să se calculeze lungimea cordonului de sudură necesar asamblării din figura 3.10, dacă $\tau_{as} = 91$ MPa.

Răspuns: $L = 330$ mm.

4. Să se calculeze forța de presare necesară ștanțării dintr-o dată a unei găuri cu diametrul de 100 mm într-o platbandă din oțel cu rezistența la rupere $\tau_r = 560$ MPa a cărei grosime este egală cu 5 mm.

Răspuns: $T \simeq 880$ kN

Capitolul 4

MOMENTE STATICE, MOMENTE DE INERȚIE ȘI MODULE DE REZISTENȚĂ

La solicitările de întindere, compresiune și forfecare, dimensiunile și forma secțiunii transversale a barelor se iau în considerație în calcule prin aria secțiunii. La solicitările de încovoiere și de răsucire și la unele solicitări compuse, se întîlnesc alte mărimi geometrice cunoscute sub denumirea de *momente statice*, *momente de inerție* și *module de rezistență*.

4.1. MOMENTE STATICE

Pentru definirea momentului static al unei suprafețe, în figura 4.1 se consideră suprafața A, raportată la un sistem de axe de coordonate yOz.

S-au notat cu G centrul de greutate al suprafeței, avînd coordonatele z_G respectiv y_G și cu ΔA un element de suprafață avînd coordonatele z, respectiv y.

Prin moment static al suprafeței elementare ΔA în raport cu axa z se înțelege produsul $y\Delta A$. Prin definiție, momentul static al întregii suprafețe A, în raport cu această axă, este egal cu suma momentelor statice ale tuturor suprafețelor elementare și se exprimă prin relația

$$S_z = \sum_A y\Delta A. \qquad (4.1)$$

Membrul al II-lea al relației este

$$\sum_A y\Delta A = y_1\Delta A_1 + y_2\Delta A_2 + \ldots + y_n\Delta A_n,$$

unde ΔA_1, ΔA_2 ... ΔA_n sînt elemente de arie cuprinse în suprafața A, iar y_1, $y_2 \ldots y_n$ ordonatele corespunzătoare la care se găsesc aceste elemente față de axa Oz.

Dacă se cunosc coordonatele centrului de greutate al suprafeței y_G, respectiv z_G, momentele statice S_z și S_y sînt:

$$S_z = \sum_A y\Delta A = y_G A; \qquad (4.2)$$

$$S_y = \sum_A z\Delta A = z_G A. \qquad (4.3)$$

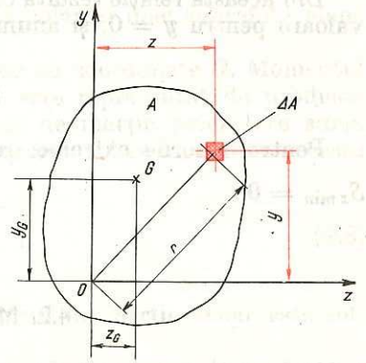


Fig. 4.1. Suprafață raportată la un sistem de axe de referință.

Momentul static al unei suprafețe în raport cu o axă este deci egal cu produsul dintre suprafață și distanța de la centrul de greutate al acesteia la axă.

Din relațiile (4.2) și (4.3) rezultă că momentul static are ca dimensiuni lungimea la puterea a treia, respectiv metru cub (m³).

Din aceleași relații se observă că, dacă axele în raport cu care se calculează momentele statice trec prin centrul de greutate al suprafeței, valoarea acestora este egală cu zero. Datorită proprietății centrului de greutate al unei suprafețe plane de a se găsi pe axa de simetrie a suprafeței, în cazul în care aceasta are o singură axă de simetrie, sau la intersecția acestor axe, dacă are două axe de simetrie, rezultă că momentele statice în raport cu aceste axe sînt nule.

EXEMPLE DE CALCUL

Să se calculeze momentul static al suprafeței haşurate din figura 4.2 în raport cu axa Oz.

$$S_z = A\ y_G = \left[y + \frac{\frac{h}{2} - y}{2}\right] b\left[\frac{h}{2} - y\right] = \frac{b}{2}\left[\frac{h^2}{4} - y^2\right] \qquad (4.4)$$

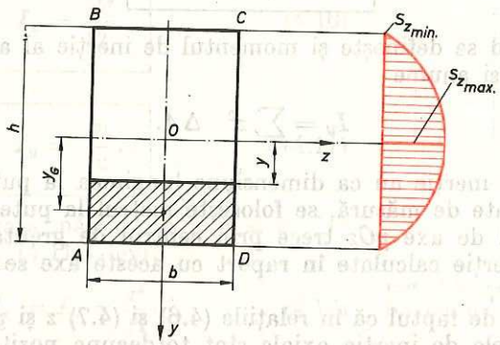


Fig. 4.2. Determinarea momentului static al secțiunii dreptunghiulare.

Din această relație rezultă că S_z variază parabolic cu y, avînd cea mai mare valoare pentru $y = 0$, și anume:

$$S_{z\,max} = \frac{bh^3}{8}. \tag{4.5}$$

Pentru valorile extreme, respectiv $y = \frac{h}{2}$ și $y = -\frac{h}{2}$, momentul static $S_{z\,min} = 0$.

4.2. MOMENTE DE INERȚIE

În rezistența materialelor se întîlnesc momente de inerție ale figurilor plane, reprezentate de secțiunile normale pe axa longitudinală a barelor.

Momentele de inerție, cărora li se mai spune și momente de ordinul doi, pot fi:

— momente de inerție axiale sau ecuatoriale (față de o axă);
— momente centrifugale (față de două axe);
— momente de inerție polare (față de un punct).

În lucrare se vor întîlni numai momentele de inerție axiale și polare.

4.2.1. Momente de inerție axiale sau ecuatoriale

Pentru definirea momentului de inerție axial sau ecuatorial al unei suprafețe A în raport cu o axă Oz (v. fig. 4.1) se împarte această suprafață în elemente de arie ΔA. Momentul de inerție al unui asemenea element de suprafață față de axa Oz este reprezentat de produsul $y^2\Delta A$. Suma tuturor acestor produse calculate pentru întreaga suprafață față de axa Oz reprezintă momentul de inerție axial al întregii suprafețe și se exprimă prin relația

$$\boxed{I_z = \sum_A y^2 \ \Delta A} \tag{4.6}$$

În același mod se definește și momentul de inerție al aceleiași suprafețe față de axa Oy, și anume

$$I_y = \sum_A z^2 \ \Delta A. \tag{4.7}$$

Momentele de inerție au ca dimensiune lungimea la puterea a patra. În practică, ca unitate de măsură, se folosește metrul la puterea a patra (m^4).

Dacă sistemul de axe yOz trece prin centrul de greutate al suprafeței, momentele de inerție calculate în raport cu aceste axe se numesc *momente de inerție centrale*.

Ținînd seamă de faptul că în relațiile (4.6) și (4.7) z și y intră la puterea a doua, momentele de inerție axiale sînt totdeauna pozitive și diferite de zero.

4.2.2. Momente de inerție polare

Pentru determinarea momentului de inerție polar al unei suprafețe plane se alege un punct din plan numit pol.

Pe figura 4.1 s-a ales ca pol originea axelor de coordonate O. Momentul de inerție polar al suprafeței elementare ΔA este reprezentat de produsul $r^2\Delta A$. Pentru întreaga suprafață A momentul de inerție polar este suma momentelor de inerție polare ale tuturor elementelor ΔA ce alcătuiesc această suprafață, respectiv

$$\boxed{I_p = \sum_A r^2 \Delta A.} \tag{4.8}$$

Deoarece r^2 este totdeauna pozitiv, momentul de inerție polar este totdeauna pozitiv.

Dimensiunea momentului de inerție polar este lungimea la puterea a patra, respectiv metrul la puterea a patra (m^4).

Înlocuind în relația (4.8) pe $r^2 = z^2 + y^2$, aceasta devine

$$I_p = \sum_A r^2 \cdot \Delta A = \sum_A (y^2 + z^2)\Delta A = \sum_A y^2 \Delta A + \sum_A z^2 \cdot \Delta A = I_z + I_y. \tag{4.9}$$

Rezultă că momentul de inerție polar în raport cu un punct este egal cu suma momentelor de inerție axiale față de două axe perpendiculare ce se intersectează în acest punct.

4.2.3. Momentele de inerție ale cîtorva figuri plane

4.2.3.1. **Suprafața dreptunghiulară.** Se consideră suprafața dreptunghiulară din figura 4.3 de lățime b și înălțime h și sistemul de axe coordonate yOz trecînd din centrul ei de greutate și confundîndu-se cu axele de simetrie ale acesteia.

Momentele de inerție axiale pentru suprafața dreptunghiulară în raport cu axele Oz și Oy sînt date de relațiile

$$\boxed{I_z = \frac{bh^3}{12},} \tag{4.10}$$

$$\boxed{I_y = \frac{b^3h}{12}.} \tag{4.11}$$

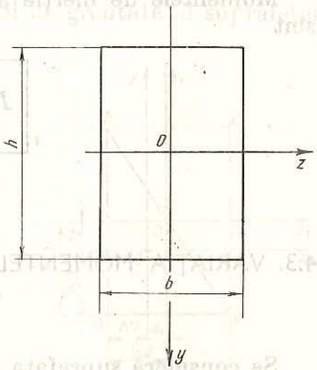


Fig. 4.3. Determinarea momentului de inerție al secțiunii dreptunghiulare.

Pentru suprafața pătrată $h = b = a$, iar relațiile (4.10) și (4.11) devin

$$I_z = I_y = \frac{a^4}{12}. \tag{4.12}$$

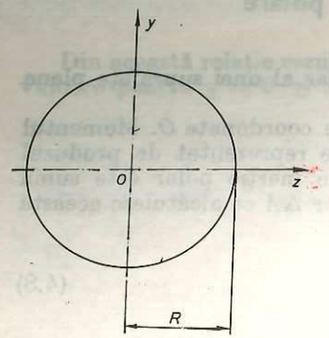


Fig. 4.4. Determinarea momentului de inerție al secțiunii circulare.

4.2.3.2. Momentul de inerție al suprafeței circulare și inelare (fig. 4.4).

Momentul de inerție polar al secțiunii circulare de rază R este

$$I_p = \frac{\pi R^4}{2}. \tag{4.13}$$

Dacă se înlocuiește $R = \frac{d}{2}$, se obține

$$\boxed{I_p = \frac{\pi d^4}{32}.} \tag{4.14}$$

Cunoscîndu-se I_p, se pot calcula momentele de inerție axiale cu ajutorul relației (4.9), dedusă mai înainte, în care se ține seamă că $I_z = I_y$. Se obține astfel

$$I_p = I_z + I_y = 2I_z = 2I_y,$$

de unde

$$\boxed{I_y = I_z = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi d^4}{64}.} \tag{4.15}$$

Pentru o suprafață inelară, avînd diametrul exterior D și interior d, momentul de inerție polar se află scăzîndu-se din momentul de inerție al suprafeței circulare de diametru mare momentul de inerție al găurii. Deci

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4). \tag{4.16}$$

Momentele de inerție axiale se deduc la fel ca în exemplul precedent și sînt

$$\boxed{I_z = I_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4).} \tag{4.17}$$

4.3. VARIAȚIA MOMENTELOR DE INERȚIE AXIALE ÎN RAPORT CU AXE PARALELE

Se consideră suprafața A și axele paralele z și z_1 (fig. 4.5).

Momentele de inerție în raport cu aceste axe sînt date de relațiile

$$I_z = \sum_A y^2 \ \Delta A; \quad I_{z1} = \sum_A y_1^2 \ \Delta A.$$

Presupunînd cunoscute momentul de inerție I_z în raport cu axa z și distanța d dintre cele două axe, deoarece $y_1 = y + d$, momentul de inerție în raport cu axa z_1 este

$$I_{z1} = \sum_A (y + d^2)\Delta A =$$

$$= \sum_A (y^2 + 2yd + d^2)\Delta A =$$

$$= \sum_A y^2 \Delta A + \sum_A 2yd\Delta A + \sum_A d^2 \Delta A.$$

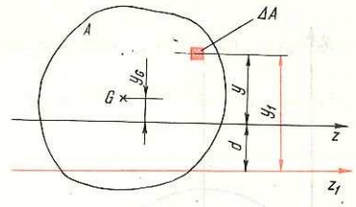


Fig. 4.5. Momente de inerție în raport cu axe paralele.

Primul termen al relației $\sum_A y^2 \Delta A$ reprezintă momentul de inerție I_z, iar cel de-al doilea termen $\sum_A 2yd\Delta A$, deoarece $2d$ este constant, se poate scrie $2d\sum_A y\Delta A$. Suma $\sum_A y\Delta A$ reprezintă momentul static al suprafeței A în raport cu axa z și este egal cu aria suprafeței înmulțită cu ordonata y_G a centrului de greutate al acesteia față de axa Oz, respectiv S_z. Al treilea termen al relației, deoarece d^2 este și el constant, se poate scrie $d^2\sum_A \Delta A$. Suma respectivă reprezintă chiar aria suprafeței, așa încît acest termen se scrie sub forma d^2A.

Dacă axa z trece prin centrul de greutate al secțiunii, cel de-al doilea termen al relației este egal cu zero și I_{z1} devine

$$\boxed{I_{z1} = I_z + d^2A.} \tag{4.18}$$

Această relație se numește *formula lui Steiner* și arată că momentul de inerție al unei suprafețe față de o axă este egal cu momentul de inerție în raport cu o axă paralelă cu ea ce trece prin centrul de greutate al suprafeței la care se adaugă produsul dintre aria suprafeței și pătratul distanței dintre axe.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Să se calculeze momentele de inerție I_z și I_y în raport cu axele G_y și G_z ce trec prin centrul de greutate al suprafeței triunghiulare ABD din figura 4.6.

Triunghiul dreptunghic din figură este jumătate din dreptunghiul $ABCD$ ale cărui momente de inerție în raport cu axele Oy_1 și Oz_1 sînt

$$I^1_{y1} = \frac{b^3h}{12}; \quad I^1_{z1} = \frac{bh^3}{12}.$$

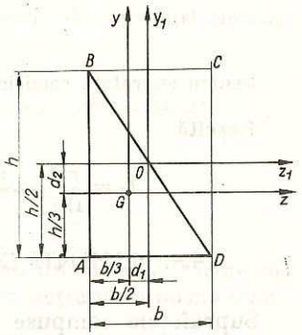


Fig. 4.6. Determinarea momentului de inerție al suprafeței triunghiulare.

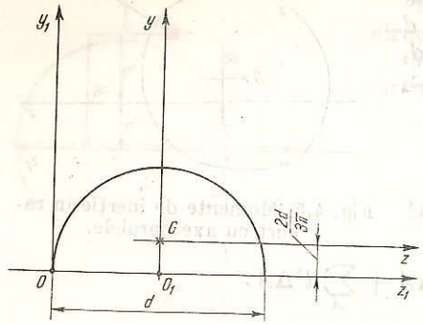


Fig. 4.7. Determinarea momentului de inerție al suprafeței semicirculare.

Momentele de inerție ale suprafeței triunghiulare în raport cu aceleași axe sînt jumătate din cele ale dreptunghiului, respectiv

$$I_{y1} = \frac{I^1_{y1}}{2} = \frac{b^3h}{24}; \qquad (4.19)$$

$$I_{z1} = \frac{I^1_{z1}}{2} = \frac{bh^3}{24}.$$

Sistemul de axe y_1Oz_1 fiind paralel cu sistemul yGz, pentru determinarea momentelor de inerție ale triunghiului în raport cu aceste axe, se aplică relația (4.19), și anume $I_{y1} = I_y + Ad_1^2$, respectiv $I_{z1} = I_z + Ad_2^2$, din care se deduc:

$$I_y = I_{y1} - Ad_1^2;\ I_z = I_{z1} - Ad_2^2, \text{ unde:}$$

$$d_1 = \frac{b}{2} - \frac{b}{3} = \frac{b}{6};$$

$$d_2 = \frac{h}{2} - \frac{h}{3} = \frac{h}{6}.$$

Rezultă

$$I_y = \frac{b^3h}{24} - \frac{bh}{2}\left(\frac{b}{6}\right)^2 = \frac{b^3h}{36}; \qquad (4.20)$$

$$I_z = \frac{h^3b}{24} - \frac{bh}{2}\left(\frac{h}{6}\right)^2 = \frac{h^3b}{36}.$$

2. Să se calculeze momentul de inerție I_z al suprafeței semicercului din figura 4.7.

Momentul de inerție al semicercului în raport cu axa Oz_1 este egal cu jumătate din momentul de inerție al suprafeței circulare față de aceeași axă:

$$I_{z1} = \frac{\pi d^4}{128}.$$

Procedîndu-se la fel ca în exemplul precedent, se poate scrie

$$I_z = I_{z1} - A\ (O_1G)^2.$$

Pentru suprafața semicirculară, $O_1G = \frac{2d}{3\pi}$, iar $A = \frac{\pi d^2}{8}$.

Rezultă

$$I_z = \frac{\pi d^4}{128} - \frac{\pi d^2}{8}\left[\frac{2d}{3\pi}\right]^2 = d^4\left[\frac{\pi}{128} - \frac{1}{18\pi}\right] = 0{,}00685\ d^4. \qquad (4.21)$$

4.4. MOMENTE DE INERȚIE ALE UNOR SUPRAFEȚE COMPUSE

Suprafețele compuse sînt alcătuite în general din mai multe suprafețe simple a căror formă este dreptunghiulară, triunghiulară, circulară etc.

În aplicațiile practice interesează momentele de inerție ale acestor suprafețe în raport cu axele centrale. Acestea se calculează ținîndu-se seamă de faptul că momentul de inerție al unei asemenea suprafețe este egal cu suma

momentelor de inerție ale tuturor suprafețelor simple care o compun, cărora li se cunosc momentele de inerție.

Acestea se însumează ținîndu-se seamă de regulile stabilite în acest capitol.

EXEMPLU DE CALCUL

1. Se consideră suprafața compusă din figura 4.8, pentru care se cere să se calculeze momentele de inerție I_y și I_z în raport cu axele G_y și G_z ce trec prin centrul de greutate al acesteia.

Rezolvare:

Se descompune suprafața compusă dată în două suprafețe dreptunghiulare, respectiv suprafața $4b \times 4b$ din care se scade suprafața $3b \times 2b$.

Se calculează apoi poziția centrului de greutate G al suprafeței compuse din figura 4.8 în raport cu un sistem de axe de referință ales y_1Oz_1. Deoarece suprafața are o axă de simetrie, centrul de greutate se găsește pe această axă și se calculează cu relația

$$y_G = \frac{\Sigma A_i y_i}{\Sigma A_i},$$

folosindu-se tabelul următor:

Mărimea / Suprafața	A_i	y_i	$A_i y_i$	$y_i - y_G$
1	$16b^2$	$2b$	$32b^3$	$0{,}3b$
2	$-6b^2$	$2{,}5b$	$-15b^3$	$0{,}8b$
	$\Sigma A_i = 10b^2$	$\Sigma A_i y_i = 17b^3$		

$$y_G = \frac{17b^3}{10b^2} = 1{,}7\ b.$$

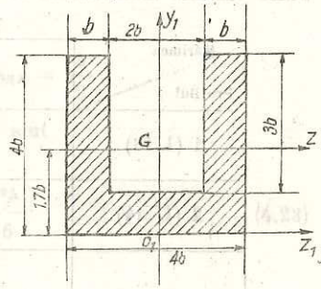


Fig. 4.8.

Se calculează apoi momentele de inerție față de axele centrale ale suprafeței, aplicîndu-se relația (4.19).

$$I_z = I_{z_1} - I_{z_2} = \frac{4b(4b)^2}{12} + 16b^2(0{,}3b)^2 - \frac{2b \cdot (3b)^3}{12} - 6b^2(0{,}8b)^2 = 14{,}4b^4.$$

$$I_y = I_{y_1} - I_{y_2} = \frac{4b(4b)^3}{12} - \frac{3b(2b)^3}{12} = 19{,}33b^4.$$

În practică se întîlnesc secțiuni compuse alcătuite din diverse forme de profiluri laminate. Acestea sînt bare laminate ale căror secțiuni au forme standardizate.

Pentru profilurile de formă geometrică simplă, momentele de inerție se calculează după cum s-a arătat mai înainte. Pentru profilurile laminate de formă specială, toate datele ce interesează calculul momentelor de inerție ale unei suprafețe compuse se găsesc în tabelele din standardele respective.

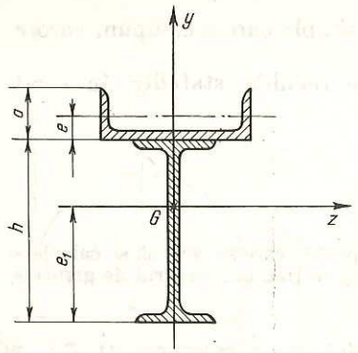


Fig. 4.9. Secțiune compusă din profiluri laminate.

În aceste tabele se găsesc calculate: aria secțiunii, poziția centrului de greutate, momentele de inerție față de axele centrale etc.

Folosindu-se aceste date, momentele de inerție la suprafețele compuse din asemenea profiluri se calculează întocmai ca în exemplul precedent.

EXEMPLU DE CALCUL

Se cere să se calculeze momentul de inerție în raport cu axa Gz ce trece prin centrul de greutate al secțiunii din figura 4.9, alcătuită dintr-un profil I 18 și unul U 14.

Rezolvare:

Din standarde se extrag caracteristicile geometrice ale celor două profiluri ce interesează calculul momentului de inerție care sînt

Mărimea / Profilul	A, cm²	I, cm⁴	h, e, a, cm
1 (I 18)	27,9	1 450	$h = 18$
2 (U 14)	20,4	62,7	$e = 1{,}75$
			$a = 6$

Centrul de greutate G al profilului se află pe axa Oy; poziția sa față de talpa de jos a secțiunii este dată de relația

$$e_1 = \frac{\Sigma A_i y_i}{\Sigma A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}.$$

Înlocuind valorile numerice

$$A_1 = 27{,}9 \text{ cm}^2; \quad y_1 = \frac{h}{2} = 9 \text{ cm};$$

$A_2 = 20{,}4$ cm²; $y_2 = h + e = 19{,}75$ cm, se obține poziția centrului de greutate:

$$e_1 = \frac{27{,}9 \cdot 9 + 20{,}4 \cdot 19{,}75}{27{,}9 + 20{,}4} = 13{,}5 \text{ cm}.$$

Momentul de inerție al întregii secțiuni față de axa care trece prin centrul său de greutate se obține aplicîndu-se fiecărui profil relația (4.19). Se obține

$$I_z = 1\,450 + 4{,}5^2 \cdot 27{,}9 + 62{,}7 + 6{,}25^2 \cdot 20{,}4 = 2\,875 \text{ cm}^4.$$

4.5. MODULE DE REZISTENȚĂ

4.5.1. Module de rezistență axiale

Se numește modul de rezistență al unei suprafețe în raport cu o axă raportul dintre momentul de inerție și distanța maximă de la marginea secțiunii la acea axă.

Modulele de rezistență în raport cu axele rectangulare Oz și Oy ale unei suprafețe se determină din expresiile

$$W_z = \frac{I_z}{y_{max}}; \quad W_y = \frac{I_y}{z_{max}}. \tag{4.22}$$

Modulul de rezistență se măsoară în unități de lungime la puterea a treia, de obicei cm³.

EXEMPLU DE CALCUL

Să se stabilească relațiile care dau modulele de rezistență pentru secțiunile: dreptunghiulară, circulară și inelară.

1. Pentru secțiunea dreptunghiulară cu laturile b și h:

$$I_z = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{hb^3}{12}; \quad y_{max} = \frac{h}{2}; \quad z_{max} = \frac{b}{2}.$$

Modulele de rezistență determinate cu relațiile (4.22) sînt

$$W_z = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{\frac{b^3h}{12}}{\frac{b}{2}} = \frac{b^2h}{6}. \tag{4.23}$$

2. Pentru secțiunea circulară cu diametrul d:

$$I_z = I_y = \frac{\pi d^4}{64}; \quad y_{max} = z_{max} = \frac{d}{2}.$$

Aplicînd relațiile (4.22), se determină

$$W_z = W_y = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{32}. \tag{4.24}$$

3. Pentru secțiunea inelară cu diametrul exterior D și diametrul interior d:

$$I_z = I_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}; \quad y_{max} = z_{max} = \frac{D}{2},$$

iar

$$W_z = W_y = \frac{\frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}. \tag{4.25}$$

4.5.2. Module de rezistență polare

Pentru secțiunea circulară și inelară se folosește și noțiunea de modul de rezistență polar care este definit de raportul

$$W_p = \frac{I_p}{R}, \tag{4.26}$$

unde I_p este momentul de inerție polar:

R — raza suprafeței respective.

Pentru secțiunea circulară cu diametrul d:

$$I_p = \frac{\pi d^2}{32}; \quad R = \frac{d}{2},$$

iar modulul de rezistență polar este

$$W_p = \frac{\frac{\pi d^4}{32}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16}. \tag{4.27}$$

Pentru secțiunea inelară cu diametrul exterior D și diametrul interior d:

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}; \quad R = \frac{D}{2},$$

iar modulul de rezistență polar este

$$W_p = \frac{\frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}. \tag{4.28}$$

PROBLEME NEREZOLVATE

1. Să se calculeze momentele de inerție și modulele de rezistență în raport cu axele Oz și Oy ce trec prin centrul de greutate al suprafețelor compuse din figura 4.10, *a*, *b*.

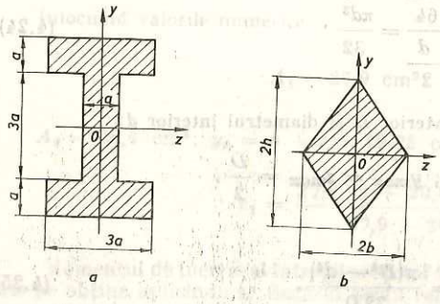


Fig. 4.10. Suprafețe compuse.

Răspuns:

a. $I_z = \frac{107}{4} a^4$; $W_y = \frac{19}{6} a^3$;

$I_y = \frac{19}{4} a^4$;

$W_z = \frac{107}{10} a^3$.

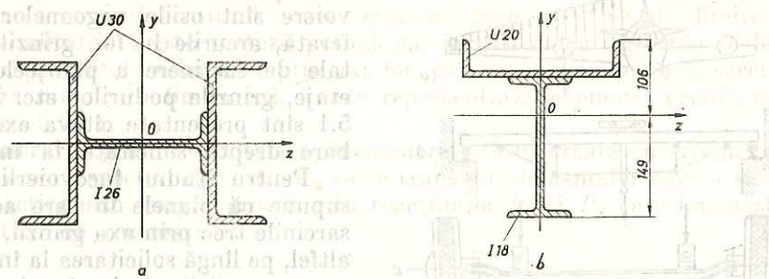


Fig. 4.11. Secțiuni compuse din profiluri laminate.

b. $I_z = \frac{bh^3}{3}$; $W_z = \frac{bh^2}{3}$;

$I_y = \frac{hb^3}{12}$; $W_y = \frac{b^2h}{3}$.

2. Să se calculeze momentele de inerție și modulele de rezistență în raport cu axele Oz și Oy ce trec prin centrul de greutate al secțiunilor compuse, formate din profiluri laminate, din figura 4.11, *a*, *b*.

Răspuns:

a. $I_z = 16\,348$ cm⁴; b. $I_z = 3\,410$ cm⁴;

$I_y = 35\,630$ cm⁴; $I_y = 1\,991{,}3$ cm⁴;

$W_z = 1\,089{,}86$ cm³; $W_z = 228{,}86$ cm³;

$W_y = 1\,549{,}13$ cm³. $W_y = 19{,}913$ cm³.

Capitolul 5

INCOVOIEREA BARELOR DREPTE

5.1. DEFINIȚIE, EXEMPLE. IPOTEZE DE CALCUL

O bară dreaptă este solicitată la încovoiere atunci cînd sarcinile ce i se aplică sînt cupluri de forțe sau forțe care se află în plane ce trec prin axa barei. Sub acțiunea acestor sarcini, axa dreaptă a barei se deformează, fibrele din partea convexă lungindu-se, iar cele din partea concavă scurtîndu-se.

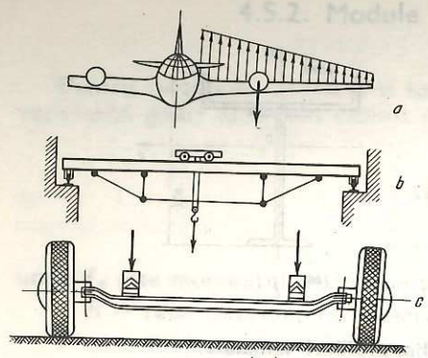


Fig. 5.1. Exemple de bare solicitate la încovoiere:
a — aripa unui avion; *b* — grinda unui pod rulant; *c* — osia unui automobil.

Exemple de bare solicitate la încovoiere sînt osiile vagoanelor de cale ferată, arcurile în foi, grinzile orizontale de susținere a planșeelor dintre etaje, grinzile podurilor etc. În figura 5.1 sînt prezentate cîteva exemple de bare drepte solicitate la încovoiere.

Pentru studiul încovoierii, se presupune că planele în care acționează sarcinile trec prin axa grinzii, deoarece altfel, pe lîngă solicitarea la încovoiere, apare și solicitarea la răsucire a barei.

De asemenea, sarcinile se consideră normale pe axa grinzii, deoarece dacă acestea ar întîlni-o sub un unghi oarecare, fiecare forță s-ar putea descompune într-o componentă situată în lungul axei care solicită bara la întindere sau compresiune și o componentă normală pe axă care produce încovoierea.

Pentru simplificarea studiului acestei solicitări se admite ipoteza că forțele exterioare sînt cuprinse într-un plan care trece prin axa barei, iar secțiunile transversale ale ei sînt simetrice în raport cu acest plan. În acest caz, planul forțelor reprezintă și planul deplasărilor axei grinzii.

În figura 5.2, *a* se reprezintă o grindă solicitată la încovoiere, în care toate sarcinile sînt cuprinse în planul de simetrie *xOy*, forțele fiind normale pe axa grinzii.

Se mai admite, de asemenea, ipoteza că deplasările (săgețile) sînt foarte mici. Datorită acestora se consideră că distanțele dintre sarcini se păstrează și după deformarea grinzii ca și cum sub acest aspect grinda ar fi rigidă. De

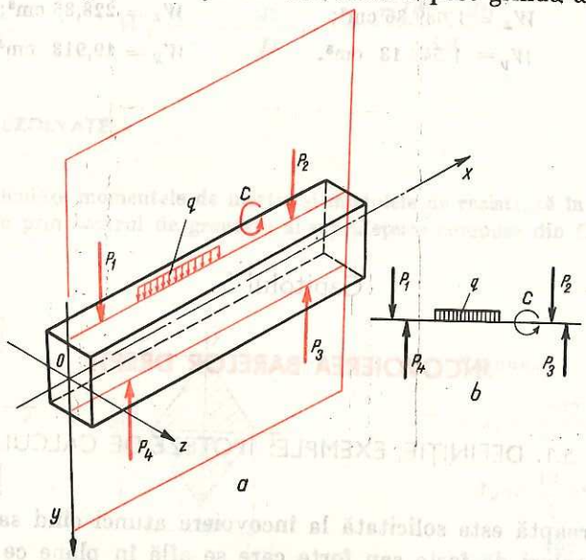


Fig. 5.2. Grindă solicitată la încovoiere cu sarcinile cuprinse în planul de simetrie.

asemenea se consideră că secțiunile transversale ale barei sînt mici în raport cu lungimea sa și că tensiunile care apar în bare nu trec de limita de proporționalitate. Aceste ipoteze permit ca, pentru calcul, grinzile reale să poată fi reprezentate schematic prin axa lor, pe care se presupune că sarcinile acționează direct. În figura 5.2, *b* este reprezentată schematic grinda reală din figura 5.2, *a*.

În general, o grindă solicitată la încovoiere este încărcată cu sarcini ca în figura 5.2, *a*, respectiv P_1, q, C, P_2 ce se transmit elementelor care o susțin. Acestea acționează asupra grinzii prin reacțiunile P_3 și P_4 care iau naștere în punctele de rezemare.

5.2. SARCINI ȘI REACȚIUNI

Pentru rezolvarea problemelor de încovoiere este necesară cunoașterea atît a sarcinilor aplicate cît și a reacțiunilor.

Sarcinile ce acționează asupra unei grinzi se determină cunoscînd încărcările sau caracteristicile funcționale ale mașinii sau construcției din care face parte, urmărind modul în care acestea se transmit la grindă. Aceste sarcini (fig. 5.2) pot fi sarcini concentrate P (N), cupluri M (N m) și sarcini neuniform sau uniform repartizate pe lungimea grinzii. Acestea din urmă se măsoară prin intensitatea lor q, ce revine la unitatea de lungime a grinzii, respectiv în N/m.

Pentru determinarea reacțiunilor (legăturilor dintre un corp și alte corpuri) este necesară cunoașterea tipurilor de reazeme de la care provin.

La calculul grinzilor se întîlnesc următoarele tipuri de reazeme: reazeme simple, cunoscute și sub denumirea de reazeme mobile, reazeme articulate, numite și reazeme fixe și încastrări.

Reazemul fix reprezentat schematic în punctul *1* din figura 5.3 dă posibilitatea grinzii să se rotească în jurul acestui punct, dar nu-i permite nici deplasări verticale, nici orizontale. La acest tip de reazem se cunoaște punctul de aplicație al reacțiunii, centrul articulației, dar nu se cunoaște nici valoarea acesteia și nici direcția ei. Datorită acestui fapt reacțiunea se reprezintă totdeauna prin componentele ei H_1, orientată în lungul axei grinzii, și V_1 dirijată perpendicular pe axa grinzii.

Reazemul mobil reprezentat schematic în punctul *2* din figura 5.3 dă posibilitatea grinzii să se rotească în jurul acestui punct, precum și să se deplaseze în lungul suprafeței de rezemare. Acest tip de reazem împiedică deplasarea însă pe o direcție perpendiculară pe această suprafață. Reacțiunea în acest caz este dirijată perpendicular pe direcția deplasării libere a reazemului, punctul de aplicație al acesteia fiind punctul de rezemare al grinzii.

Încastrarea este tipul de reazem care nu permite grinzii nici un fel de deplasare sau rotire (fig. 5.4). Un exemplu de asemenea rezemare îl constituie fixa-

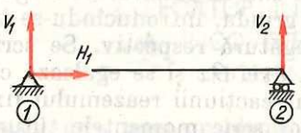


Fig. 5.3. Grindă dreaptă articulată la un capăt și rezemată liber de celălalt.

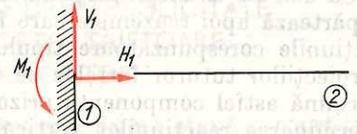


Fig. 5.4. Grindă dreaptă încastrată la un capăt și liberă la celălalt.

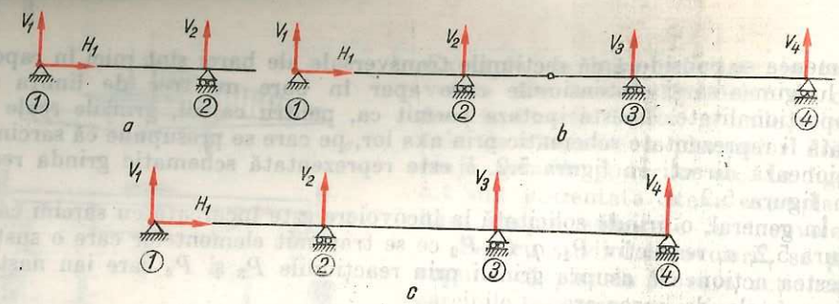


Fig. 5.5. Grinzi pe două sau mai multe reazeme:
a — grindă pe două reazeme cu consolă; b — grindă cu patru reazeme articulată; c — grindă continuă pe patru reazeme.

rea capătului unei grinzi într-un perete. Pentru determinarea reacțiunii într-un asemenea reazem, se poate imagina că acesta provine dintr-un reazem fix (articulație), căruia i s-a luat posibilitatea de a permite rotirea grinzii în jurul lui, prin introducerea unei forțe situate la o oarecare distanță de reazem. În acest mod reacțiunile dintr-o încastrare sînt cele ale unui reazem fix (V_1 și H_1), la care se adaugă un cuplu produs de forța ce împiedică rotirea (M_1).

Grinzile se pot rezema pe două sau mai multe reazeme de tipul celor descrise. În figura 5.5 sînt prezentate cîteva asemenea grinzi și reacțiunile ce pot să apară pe grindă datorită unor sarcini (nereprezentate în desen).

După modul lor de rezemare, grinzile se numesc rezemate (v. fig. 5.3), încastrate (v. fig. 5.4), cu console (fig. 5.5, *a*) sau cu console și articulații (fig. 5.5, *b*). Valorile reacțiunilor acestora se determină aplicîndu-se ecuațiile de echilibru din statică, care exprimă condiția ca grinda, sub acțiunea tuturor forțelor exterioare (sarcini și reacțiuni), să se afle în echilibru. Ținîndu-se seama de ipoteza făcută, că grinzile ce se studiază au forțele cuprinse în același plan, se pot scrie trei ecuații de echilibru din statică, și anume:

$$\Sigma X = 0;\ \Sigma Y = 0;\ \Sigma M = 0,$$

unde: ΣX și ΣY reprezintă suma componentelor pe axă, respectiv pe normala la axa grinzii, a tuturor forțelor, inclusiv reacțiunilor; ΣM — suma tuturor momentelor forțelor, inclusiv a reacțiunilor în raport cu unul dintre reazemele grinzii.

Cu ajutorul acestor ecuații se pot, deci, determina maximum trei reacțiuni necunoscute. Grinzile ale căror reazeme dau trei reacțiuni se numesc grinzi static determinate. Cele al căror număr de reacțiuni este mai mare decît trei (fig. 5.5, *c*) fac parte din categoria grinzilor static nedeterminate și se calculează pe căi speciale.

Reacțiunile la grinzile static determinate se calculează luîndu-se axa grinzii ca axă Ox, originea axelor de coordonate O fiind unul din reazemele grinzii. Ca axă Oy se alege perpendiculara pe axă în punctul de origine ales. Se îndepărtează apoi reazemele care fixează grinda, introducîndu-se în locul lor reacțiunile corespunzătoare tipului de legătură respectiv. Se scrie apoi suma proiecțiilor tuturor forțelor pe direcția axei Ox și se egalează cu zero. Se determină astfel componenta orizontală a reacțiunii reazemului fix. Pentru determinarea reacțiunilor verticale se pot scrie momentele tuturor forțelor în raport cu două puncte ale grinzii (de obicei, reazemele acesteia) și se egalează de asemenea cu zero, ecuația de proiecție pe verticală putînd fi

folosită pentru verificare. În locul a două ecuații de momente se poate folosi o singură ecuație de momente și condiția că suma proiecțiilor tuturor forțelor pe direcția axei Oy este egală cu zero.

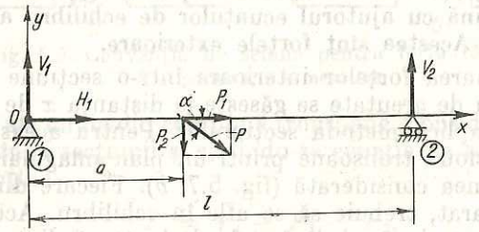


Fig. 5.6. Grindă dreaptă pe două reazeme încărcată cu o sarcină concentrată înclinată.

EXEMPLU DE CALCUL

Se cere să se calculeze reacțiunile la grinda dreaptă simplu rezemată, încărcată cu o sarcină concentrată P înclinată față de orizontală cu unghiul α (fig. 5.6).

Rezolvare:

Se alege sistemul de axe xOy ca în figură.

— Se descompune forța P în două componente, una orizontală P_1 și alta verticală P_2, ale căror valori sînt

$$P_1 = P\cos\alpha;$$
$$P_2 = P\sin\alpha.$$

— Se înlocuiesc legăturile grinzii prin reacțiunile V_1, H_1 și V_2 care se presupun pozitive (orientate în sensul pozitiv al axelor de coordonate).

— Se scrie că momentele tuturor forțelor pe grindă în raport cu reazemul 1 sînt egale cu zero:

$$\Sigma M_1 = -V_2 l + Pa\sin\alpha = 0;$$
$$V_2 = \frac{Pa}{l}\sin\alpha.$$

— Se scrie că suma tuturor proiecțiilor forțelor pe direcția axei Ox este egală cu zero:

$$\Sigma X = H_1 + P\cos\alpha = 0;\ H_1 = -P\cos\alpha.$$

Se scrie că suma tuturor proiecțiilor forțelor pe direcția axei Oy este egală cu zero:

$$\Sigma Y = -V_1 + P\sin\alpha + V_2 = 0;\ V_1 = P\sin\alpha - V_2 = P\sin\alpha\left[1 - \frac{a}{l}\right].$$

Semnele pozitive arată că sensul ales corespunde sensului real al reacțiunilor. Semnele negative arată că sensul ales este invers celui real.

5.3. EFORTURI ÎN BARELE DREPTE SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE. FORȚĂ TĂIETOARE. MOMENT ÎNCOVOIETOR

La rezolvarea unei probleme de încovoiere, prima etapă o constituie alegerea schemei de calcul și determinarea reacțiunilor. În etapa a doua se determină secțiunea grinzii în care se produc eforturile maxime și valoarea lor.

Aceasta necesită cunoașterea valorilor forțelor interioare ce iau naștere în oricare secțiune și a variației lor în lungul grinzii. În acest scop se consideră bara orizontală simplu rezemată din figura 5.7, *a*, solicitată de forțele P_1, P_2, P_3, P_4. Sub acțiunea lor, reacțiunea H_1 este egală cu zero; reacțiunile V_1 și V_2 se determină cu ajutorul ecuațiilor de echilibru ale solidului rigid (v. paragraful 5.2). Acestea sînt forțele exterioare.

Pentru determinarea forțelor interioare într-o secțiune normală pe axa barei al cărei centru de greutate se găsește la distanța x de reazemul *1*, considerat origine, se aplică metoda secțiunilor. Pentru aceasta, se presupune bara despărțită în două tronsoane printr-un plan imaginar, normal pe axa ce trece prin secțiunea considerată (fig. 5.7, *b*). Fiecare dintre aceste două tronsoane, luat separat, trebuie să se afle în echilibru. Acest echilibru este asigurat de forțele exterioare și de forțele de legătură dintre cele două tronsoane care apar în planul secțiunii. Deoarece legătura dintre tronsoane este asemănătoare unei încastrări, prin separarea acestora se introduc în centrul de greutate al fiecărei secțiuni reacțiunile corespunzătoare acestui tip de legătură, respectiv o forță și un cuplu, ambele situate în planul de acționare al forțelor. Vor exista astfel pe fața din stînga a secțiunii forța T' și cuplul M', iar pe fața din dreapta forța T și cuplul M. Deoarece, atunci cînd cele două tronsoane sînt legate între ele, grinda este în echilibru sub acțiunea forțelor exterioare, forțele T și T' ca și cuplurile M și M' sînt egale și de sensuri contrare.

Forța T se numește *forță tăietoare*, iar cuplul M se numește *moment încovoietor*. În figura 5.7, *c* s-au reprezentat schematic grinzile din figura 5.7, *a*, *b*. Valorile forței tăietoare și momentului încovoietor se determină din condi-

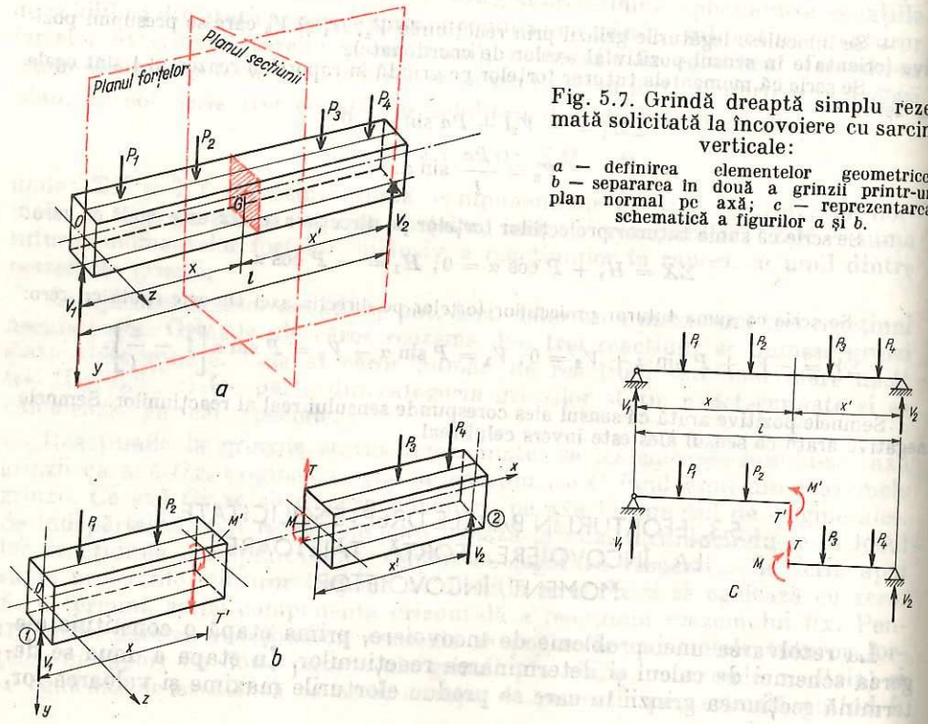


Fig. 5.7. Grindă dreaptă simplu rezemată solicitată la încovoiere cu sarcini verticale:
a — definirea elementelor geometrice; *b* — separarea în două a grinzii printr-un plan normal pe axă; *c* — reprezentarea schematică a figurilor *a* și *b*.

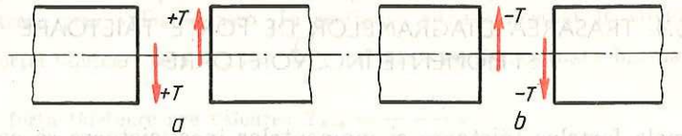


Fig. 5.8. Convenția de semne pentru forța tăietoare:
a — pozitivă; *b* — negativă.

țiile de echilibru ale unuia din cele două tronsoane. Considerîndu-se de exemplu tronsonul din stînga secțiunii și scriindu-se ecuația de echilibru a forțelor pe verticală, se obține

$$T' = V_1 - P_1 - P_2,$$

adică T' este egal și de sens contrar cu suma algebrică a tuturor forțelor verticale situate la stînga secțiunii. Scriindu-se ecuația de momente față de centrul de greutate al secțiunii, se obține M' egal și de sens contrar cu suma algebrică a momentelor forțelor (inclusiv a cuplurilor aplicate pe grindă) situate la stînga secțiunii. Deoarece forța T și cuplul M, care acționează pe fața din dreapta a secțiunii, sînt egale și de sens contrar cu T', respectiv M', forța tăietoare T și momentul încovoietor M se determină după cum urmează:

Forța tăietoare, într-o secțiune a grinzii, este egală cu suma algebrică a tuturor proiecțiilor pe normala la axa grinzii, a forțelor exterioare (inclusiv reacțiunile) care acționează asupra părții din grindă situată la stînga secțiunii sau a celor din dreapta secțiunii cu semn schimbat.

Momentul încovoietor, într-o secțiune a grinzii, este egal cu suma algebrică a tuturor momentelor forțelor și cuplurilor exterioare (inclusiv ale reacțiunilor) care acționează asupra părții din grindă situată la stînga secțiunii sau a celor din dreapta cu semn schimbat.

Pentru a se obține aceleași valori și aceleași semne pentru forța tăietoare și momentul încovoietor, independent de faptul că se alege tronsonul din stînga sau din dreapta secțiunii, s-a stabilit următoarea convenție de semne:

— forța tăietoare T se consideră pozitivă atunci cînd pe fața din dreapta secțiunii este îndreptată în sus, iar pe fața din stînga este îndreptată în jos (fig. 5.8, *a*) și negativă în situația inversă (fig. 5.8, *b*);

— momentul încovoietor M se consideră pozitiv atunci cînd rotește secțiunea din dreapta în sensul acelor unui ceasornic și pe cea din stînga în sens contrar (fig. 5.9, *a*) și negativ în situația inversă (fig. 5.9, *b*).

Pentru dimensionarea sau verificarea unei grinzi, trebuie găsite însă valorile maxime ale acestor eforturi. În acest scop se construiesc așa-numitele *diagrame de forțe tăietoare și momente încovoietoare*. Acestea sînt niște grafice care arată cum variază valorile lui T, respectiv M în diverse secțiuni ale grinzii, funcție de distanța acestora față de o origine aleasă (de obicei, unul din reazemele grinzii).

Modul de trasare a acestor diagrame este prezentat în cele ce urmează.

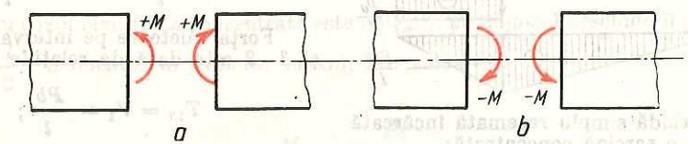


Fig. 5.9. Convenția de semne pentru momentul încovoietor:
a — pozitiv; *b* — negativ.

5.4. TRASAREA DIAGRAMELOR DE FORȚE TĂIETOARE ȘI MOMENTE ÎNCOVOIETOARE

Diagramele forțelor tăietoare și momentelor încovoietoare se construiesc folosindu-se definițiile stabilite. Pentru aceasta se parcurg următoarele etape:

— se stabilesc: un sens de parcurs al barei și o origine de la care să se măsoare variabila x. Se alege ca origine unul din reazeme, de obicei reazemul din stînga, iar ca sens de parcurs, sensul de la stînga la dreapta;

— se calculează reacțiunile barei sub acțiunea sarcinilor;

— se scriu relațiile care dau forța tăietoare și momentul încovoietor funcție de variabila x pe diverse intervale ale grinzii;

— se reprezintă grafic variația acestora alegîndu-se o linie de reper paralelă cu axa grinzii și de aceeași lungime cu ea.

Forțele tăietoare și momentele încovoietoare se reprezintă față de această linie de reper la o anumită scară. Forțele tăietoare pozitive se reprezintă deasupra liniei de reper și cele negative — dedesubt, iar pentru momentele încovoietoare invers, adică cele pozitive dedesubt și cele negative deasupra liniei de reper.

În cele ce urmează sînt prezentate cîteva exemple de modul în care se construiesc aceste diagrame pentru cîteva cazuri simple de încărcare.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Grinda de susținere a unui scripete (fig. 5.10, *a*). Convențional aceasta poate fi prezentată ca în figura 5.10, *b* și reprezintă o grindă simplu rezemată încărcată cu o sarcină concentrată.

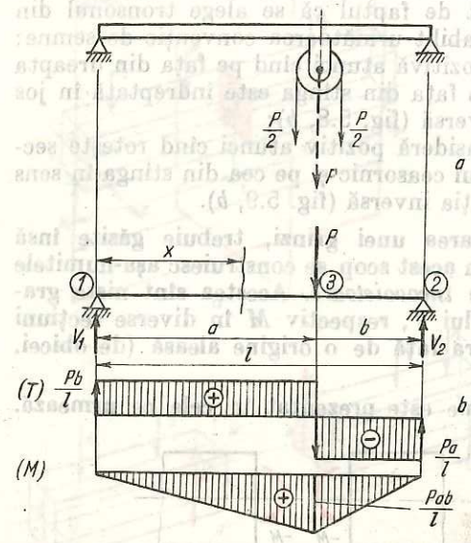


Fig. 5.10. Grindă simplu rezemată încărcată cu o sarcină concentrată:

a — grinda de susținere a unui scripete; *b* — reprezentarea schematică a acesteia și diagramele de eforturi T și M.

Rezolvare:

Se notează cu *1*, *2*, *3* reazemele și punctul de aplicație al sarcinii. Acestea sînt punctele de pe bară în dreptul cărora atît forța tăietoare cît și momentul încovoietor își schimbă legea de variație.

Se calculează reacțiunile, scriindu-se ecuațiile de momente în raport cu reazemele barei:

$$V_1 l - Pb = 0;$$
$$V_2 l - Pa = 0.$$

Rezultă

$$V_1 = \frac{Pb}{l}; \quad V_2 = \frac{Pa}{l}.$$

Forța tăietoare pe intervalele *1* — *3* și *3*—*2* este dată de relațiile

$$T_{13} = V_1 = \frac{Pb}{l};$$

$$T_{32} = V_1 - P = \frac{Pb}{l} - P = -\frac{Pa}{l} = -V_2.$$

Se constată că în dreptul secțiunii *3* diagrama are un salt. În această secțiune, forța tăietoare trece prin valoarea zero. În secțiunea situată imediat în stînga secțiunii *3* valoarea forței tăietoare este $T_{3-\varepsilon} = \frac{Pb}{l}$, iar într-o secțiune situată imediat în dreapta secțiunii *3* forța tăietoare are valoarea $T_{3+\varepsilon} = -\frac{Pa}{l}$.

Din diagrama de forțe tăietoare construită rezultă că *pe intervalul între două forțe concentrate forța tăietoare este constantă, iar în dreptul lor au loc discontinuități a căror valoare este egală chiar cu valoarea acestor forțe.*

Momentul încovoietor pe intervalul *1*—*3* este

$$M_{13} = V_1 x = P \frac{b}{l} x.$$

Din această relație rezultă că momentul ncovoietor variază liniar. În secțiunea *1* valoarea lui se obține înlocuindu-se în relația d mai sus $x = 0$, $M_1 = 0$, iar în secțiunea *3* înlocuindu-se $x = a$, $M_3 = P \frac{ab}{l}$.

Momentul încovoietor pe intervalul *3*—*2* este

$$M_{32} = V_1 x - P(x - a) = P \frac{b}{l} x - P(x - a)$$

și are de asemenea o variație liniară, avînd valorile extreme pentru $x = a$, $M_3 = P \frac{ab}{l}$, respectiv pentru $x = l$, $M_2 = 0$.

La aceeași expresie a momentului încovoietor pe intervalul *3*—*2* se ajunge dacă se iau forțele situate la dreapta secțiunii cu semn schimbat, și anume

$$M_{32} = V_2 x' = \frac{Pa}{l} x'.$$

Valorile extreme se obțin pentru $x' = 0$, $M_2 = 0$, respectiv pentru $x' = b$, $M_3 = P \frac{ab}{l}$.

Se observă pe această diagramă că:

— pe porțiunea de grindă pentru care forța tăietoare este constantă momentul încovoietor variază liniar;

— diagrama își schimbă panta în dreptul forței concentrate;

— valoarea maximă a momentului are loc în secțiunea în care forța tăietoare trece prin zero.

Cea mai mare valoare a momentului de pe grindă este

$$M_{max} = M_3 = \frac{Pab}{l}.$$

Pentru cazul cînd forța concentrată este aplicată pe mijlocul deschiderii grinzii, adică $a = b = \frac{l}{2}$, momentul încovoietor maxim are valoarea

$$M_{max} = \frac{Pl}{4}.$$

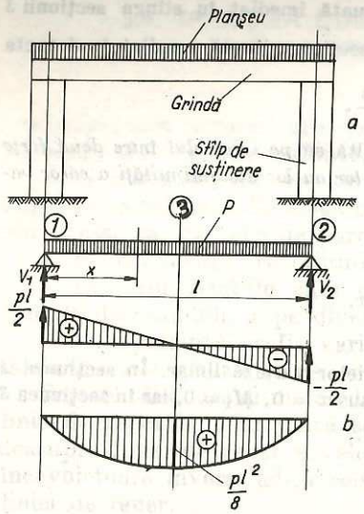


Fig. 5.11. Grindă simplu rezemată încărcată cu o sarcină uniform repartizată:

a — grinda de susţinere a unui planşeu; *b* — reprezentarea schematică a acesteia şi diagramele de eforturi T şi M.

2. Grindă pentru susţinerea unui planşeu (fig. 5.11, *a*). Reprezentarea schematică a acesteia (fig. 5.11, *b*) este o grindă simplu rezemată încărcată de sus în jos cu o sarcină uniform distribuită reprezentată de greutatea proprie şi încărcătura acesteia, considerată ca avînd intensitatea p măsurată în N/m.

Rezolvare:

Se determină mai întîi reacţiunile din reazeme. Ţinînd seamă de simetria de încărcare a barei, cele două reacţiuni rezultă egale între ele, respectiv

$$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2}.$$

Forţa tăietoare pe intervalul *1—2* este

$$T_{12} = V_1 - px = \frac{pl}{2} - px.$$

Se observă din această relaţie că forţa tăietoare variază liniar în funcţie de x, avînd valorile extreme pentru $x = 0$, $T_1 = \frac{pl}{2}$ şi pentru $x = l$, $T_2 = -\frac{pl}{2}$.

Momentul încovoietor pe intervalul *1 — 2* este

$$M_{12} = V_1 x - px\frac{x}{2} = \frac{pl}{2}x - \frac{px^2}{2} = \frac{px}{2}(l - x).$$

Din această relaţie rezultă că valoarea momentului este funcţie de pătratul abscisei x, diagrama de variaţie fiind o parabolă de gradul doi. Trasarea se face calculîndu-se circa 3—4 puncte ale acestei curbe. Se obţin astfel:

— pentru $x = 0$, $M_1 = 0$;

— pentru $x = \frac{l}{2}$, $M_3 = \frac{pl}{4}\left(l - \frac{l}{2}\right) = \frac{pl^2}{8}$;

— pentru $x = l$, $M_2 = 0$.

Trasîndu-se această diagramă, se observă că cea mai mare valoare a momentului încovoietor are loc în secţiunea situată la mijlocul grinzii, acolo unde forţa tăietoare este zero.

Din trasarea celor două diagrame rezultă că *pentru bara încărcată cu o sarcină uniform distribuită, forţa tăietoare variază liniar, iar momentul încovoietor variază parabolic.*

De asemenea se observă, ca şi în diagramele din exemplul *1*, că *în secţiunile în care forţa tăietoare trece prin zero momentele încovoietoare au valorile maxime sau minime.*

3. Grinda de susţinere a saboţilor de frînare a unui volant (fig. 5.12, *a*). Schematic, în figura 5.12, *b* se reprezintă ca o grindă simplu rezemată, încărcată cu un cuplu concentrat $M_0 = F\ c$.

Rezolvare:

Reacţiunile V_1 şi V_2 se determină din ecuaţiile de echilibru. Se obţine

$$V_1 = V_2 = \frac{M_0}{l}.$$

Pe porţiunea dintre *1* şi *3*, forţa tăietoare este constantă şi egală cu

$$T_{13} = -V_1 = -\frac{M_0}{l}.$$

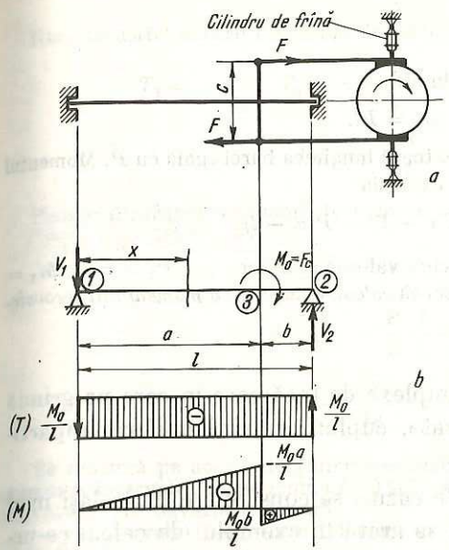


Fig. 5.12. Grindă simplu rezemată încărcată cu un cuplu:

a — grinda de susţinere a saboţilor de frînare a unui volant; *b* — reprezentarea schematică a acesteia şi diagramele de eforturi T şi M.

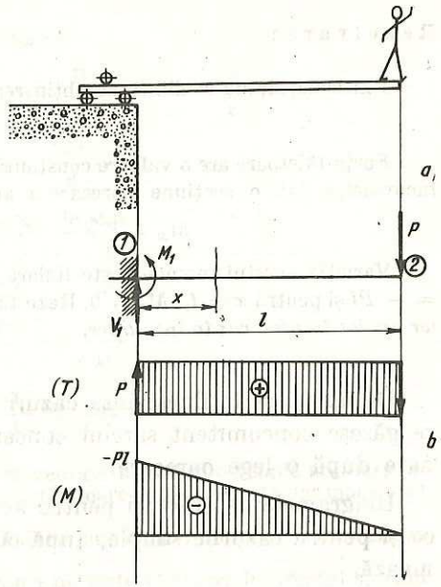


Fig. 5.13. Grindă încastrată la un capăt şi încărcată cu o sarcină concentrată pe capătul liber:

a — trambulina de sărituri în apă; *b* — reprezentarea schematică şi diagramele de eforturi T şi M.

Pentru porţiunea *3—2*, forţa tăietoare este de asemenea constantă:

$$T_{32} = -V_1 = -\frac{M_0}{l}.$$

Momentul încovoietor pe prima porţiune de grindă este

$$M_{13} = -V_1 x = -\frac{M_0}{l}x.$$

Valorile extreme pe această porţiune sînt: pentru $x = 0$, $M_1 = 0$; pentru $x = a$, $M_3 = -\frac{M_0}{l}a$.

Pentru porţiunea de grindă *3 — 2*, momentul încovoietor este

$$M_{32} = -V_1 x + M_0 = -\frac{M_0}{l}x + M_0.$$

Variaţia este de asemenea liniară cu valorile extreme: pentru $x = a$,

$$M_3 = -\frac{M_0}{l}a + M_0 = M_0\frac{b}{l};$$

pentru $x = l$, $M_2 = 0$.

Din reprezentarea grafică a forţei tăietoare şi a momentului încovoietor rezultă pe lîngă concluziile trase la primul exemplu şi o altă concluzie, şi anume — *în dreptul secţiunii unde se aplică cuplul, în diagrama de momente se produce un salt egal cu valoarea cuplului.*

4. Trambulina pentru sărituri în apă (fig. 5.13, *a*). Aceasta este o grindă încastrată la un capăt şi încărcată pe capătul liber cu o sarcină concentrată (fig. 5.13, *b*).

Rezolvare:

Din ecuațiile de echilibru se obțin reacțiunile

$$V_1 = P; \quad M_1 = Pl.$$

Forța tăietoare are o valoare constantă pe toată lungimea barei egală cu P. Momentul încovoietor într-o secțiune oarecare x are expresia

$$M_x = V_1 x - M_1 = Px - Pl = P(x - l).$$

Variația acestui moment este liniară, avînd valorile extreme: pentru $x = 0$, $M_1 = -Pl$ și pentru $x = l$, $M_2 = 0$. Rezultă deci că *valoarea maximă a momentului încovoietor are loc în acest caz în încastrare.*

De obicei se întîlnesc însă cazuri complexe de încărcare în care pe grindă se găsesc concomitent sarcini concentrate, cupluri, sarcini uniform repartizate după o lege oarecare.

Diagramele de eforturi pentru aceste cazuri se construiesc în același mod ca și pentru cazurile simple, după cum se arată în exemplul de calcul ce urmează.

EXEMPLU DE CALCUL

Să se construiască diagramele de eforturi pentru grinda dreaptă simplu rezemată solicitată ca în figura 5.14.

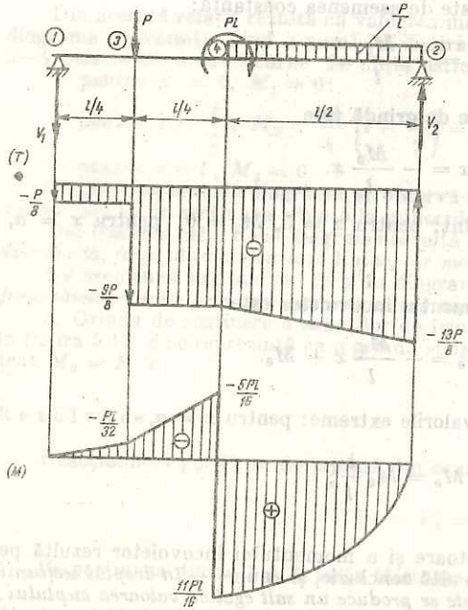


Fig. 5.14. Grindă dreaptă simplu rezemată solicitată la încovoiere cu diverse sarcini.

Rezolvare:

Se calculează reacțiunile scriindu-se ecuațiile de echilibru ale momentelor în raport cu cele două reazeme ale grinzii:

$$V_1 l + P\,\frac{3l}{4} - Pl + \frac{P}{l}\,\frac{l}{2}\,\frac{l}{4} = 0;$$

$$V_1 = \frac{P}{8}.$$

$$V_2 l - \frac{P}{l}\,\frac{l}{2}\,\frac{3l}{4} - Pl - \frac{Pl}{4} = 0;$$

$$V_2 = \frac{13}{8}P.$$

Diagramele de eforturi se construiesc ținîndu-se seama de definițiile date și de concluziile rezultate din exemplele de construire a acestora pentru cazurile de încărcări simple prezentate mai înainte.

Rezultă astfel pentru diagrama de forțe tăietoare:

$$T_1 = -\frac{P}{8}; \quad T_{3-\varepsilon} = -\frac{P}{8}; \quad T_{3+\varepsilon} = -\frac{P}{8} - P = -\frac{9P}{8};$$

$$T_4 = -\frac{9P}{8}; \quad T_2 = \frac{13P}{8}.$$

Pentru diagrama de momente valorile remarcabile sînt

$$M_1 = 0; \quad M_3 = -\frac{P}{8}\,\frac{l}{4} = -\frac{Pl}{32};$$

$$M_{4-\varepsilon} = -\frac{P}{8}\,\frac{l}{2} - \frac{Pl}{4} = -\frac{5Pl}{16};$$

$$M_{4+\varepsilon} = -\frac{5Pl}{16} + Pl = \frac{11}{16}Pl; \quad M_2 = 0.$$

Se remarcă pe aceste diagrame concluziile prezentate la cazurile simple studiate și anume:-pe intervalele de pe grindă *1—3* și *3—4* forța tăietoare este constantă, iar momentul încovoietor are o variație liniară;

— pe intervalul *4—2*, forța tăietoare variază liniar, iar momentul încovoietor variază parabolic;

— se remarcă de asemenea saltul din diagrama de forțe tăietoare în dreptul sarcinii concentrate și cel din diagrama de momente în dreptul cuplului.

5.5. TENSIUNI ÎN BARELE DREPTE SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE. FORMULA LUI NAVIER

După cum s-a arătat mai înainte, forța tăietoare și momentul încovoietor sînt de fapt rezultanta tuturor tensiunilor care acționează pe fiecare din suprafețele elementare ΔA în care poate fi împărțită secțiunea.

În cazul cel mai general, pe o asemenea suprafață elementară ΔA, se poate considera că tensiunea este distribuită uniform și are pe unitatea de suprafață valoarea $\bar{p} = \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta A}$ sensul și direcția fiind cele ale forței elementare $\Delta \bar{F}$.

Dacă direcția componentei σ este cunoscută (normală pe suprafața secțiunii), direcția componentei τ cuprinsă în planul secțiunii se determină prin următorul raționament.

Pentru ca rezultantele tuturor forțelor elementare $\Delta \bar{F}$ să se reducă la o forță normală pe axa grinzii (forța tăietoare) cuprinsă în planul de acționare al forțelor și un cuplu (momentul încovoietor M_i) perpendicular pe acest plan (care este plan de simetrie al grinzii) este necesar ca aceste forțe elementare, respectiv tensiunile $\bar{p}$, să fie simetrice în raport cu planul de acționare al forțelor (fig. 5.15).

Direcția tensiunii normale σ_i fiind cunoscută, rezultă că tensiunea tangențială τ are o componentă paralelă cu planul de acționare al sarcinilor τ_y și o altă componentă τ_z perpendiculară pe acest plan.

Rezultă deci că forța tăietoare T este echilibrată numai de tensiunile tangențiale τ_y și este egală cu suma tuturor acestor tensiuni pe întreaga suprafață a secțiunii, respectiv:

$$T = \sum_A \tau_y \Delta A. \qquad (5.1)$$

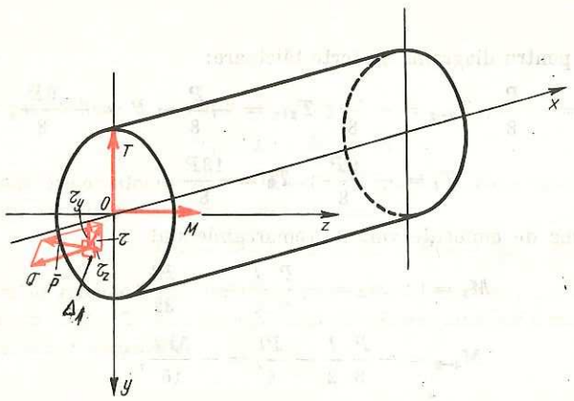


Fig. 5.15. Tensiuni pe secțiune în barele solicitate la încovoiere.

De asemenea, rezultă că momentul încovoietor M_i este echilibrat numai de tensiunile normale σ_i și este egal cu suma tuturor momentelor elementare produse de aceste tensiuni. Momentul elementar ΔM_i produs de tensiunea care acționează pe suprafața elementară ΔA situată la distanța y de axa Oz este

$$\Delta M_i = \sigma_i \, y \Delta A,$$

produsul $\sigma \Delta A$ fiind forța elementară care produce acest moment elementar.

Rezultă

$$M_i = \sum_A \sigma_i \, y \Delta A. \qquad (5.2)$$

Cunoscînd faptul că forța tăietoare produce tensiunile tangențiale τ_y și τ_z pe secțiune, iar momentul încovoietor produce tensiunile normale σ, studierea acestora din urmă se poate face pentru cazul particular de încovoiere în care $T = 0$. Acest caz, în care pe secțiune există numai moment încovoietor, este cunoscut sub denumirea de *încovoiere pură*.

Un caz de încovoiere pură îl prezintă o grindă dreaptă, pe capetele căreia se aplică cîte un cuplu (fig. 5.16).

La încovoierea pură în oricare secțiune normală pe axa barei, momentul încovoietor este același și produce tensiunile σ_i, a căror mărime variază pe secțiune de la un punct la altul. Pentru determinarea modului de repartizare a acestor tensiuni pe secțiune, se recurge la experiență.

În acest scop se ia o bară de cauciuc de secțiune dreptunghiulară și se trasează pe fețele ei laterale o rețea de pătrate (fig. 5.17, *a*). Aplicînd acestei bare cîte un cuplu pe fiecare capăt, ea se va deforma, muchiile pătratelor de pe partea convexă lungindu-se, iar cele de pe partea concavă scurtîndu-se. Rezultă astfel că fibrele longitudinale se lungesc pe partea convexă și se scurtează pe partea concavă. Trecerea de la fibrele care se lungesc la cele care se scurtează este continuă; deci există un strat de fibre ce nu-și schimbă lungimea și separă partea comprimată a grinzii de cea întinsă, constituind *suprafața neutră* (fig. 5.18). Intersecția acestui plan (suprafața neutră) cu planul secțiunii normale pe axa grinzii se face după o dreaptă numită *axă neutră*.

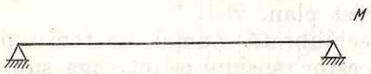


Fig. 5.16. Bară dreaptă solicitată la încovoiere pură.

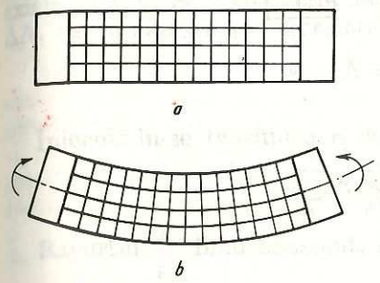


Fig. 5.17. Verificarea ipotezei lui Bernoulli la încovoiere:
a — bara înainte de solicitare; *b* — bara după solicitare.

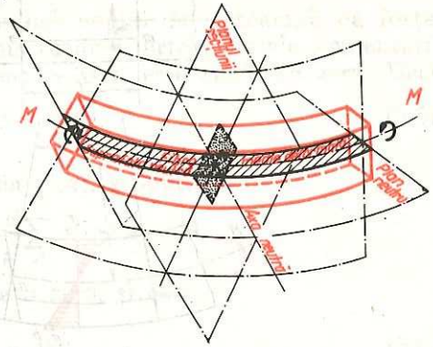


Fig. 5.18. Definirea diverselor elemente geometrice caracteristice unei bare solicitate la încovoiere.

Planul neutru intersectează de asemenea planul de simetrie al grinzii după o dreaptă ce poartă numele de *fibră medie deformată*, care la barele drepte se confundă cu axa barei.

Pe aceleași fețe laterale, după deformare, se observă că liniile transversale ale rețelei se înclină una față de alta, dar rămîn drepte și normale față de liniile longitudinale. De asemenea se observă că unghiurile pătratelor deformate rămîn drepte, nu există deformații de lunecare, ceea ce confirmă că pe secțiune nu apar tensiuni tangențiale.

Din motive de simetrie și pe fața opusă rețeaua de pătrate se deformează la fel. Aceasta îndreptățește concluzia, ce se poate trage, că modul în care se produc deformațiile în interiorul barei este asemenea celui ce se petrece în exterior. În consecință, planul neutru devine după deformare o suprafață cilindrică, planul de acționare al forțelor care este plan de simetrie al grinzii rămîne neschimbat, nu se deformează, axa neutră este o dreaptă perpendiculară pe planul de acționare al forțelor, iar secțiunile transversale ale barei se rotesc în jurul axelor neutre.

Acest mod de a se deforma al grinzii, la care axa acesteia după deformare rămîne în planul de acționare al forțelor exterioare, se numește *încovoiere plană*.

Se poate spune deci că la încovoierea pură, grinda se deformează, astfel încît se verifică ipoteza lui Bernoulli, după care o secțiune plană și normală înainte de deformare rămîne plană și normală și după deformare.

Cu ajutorul acestei ipoteze se poate stabili, după cum se va vedea mai departe, legea de variație a lungirii fibrelor, respectiv a tensiunilor pe înălțimea secțiunii grinzii.

Pentru aceasta se izolează din grinda de mai sus un element de lungime inițială l_0 (fig. 5.19) mărginit de secțiunile transversale A_1 și A_2 normale pe axa grinzii. După deformare, aceste două secțiuni vor face între ele un unghi φ, toate fibrele încovoindu-se. Fibrele cuprinse pe suprafața neutră își vor păstra însă lungimea inițială l_0. Dacă momentul încovoietor are sensul pozitiv ca în figură, fibrele situate sub axa neutră se lungesc, fiind întinse, iar cele situate deasupra acestei axe se scurtează, fiind comprimate. Alegînd axa neutră ca axă Oz a secțiunii, distanța unei fibre oarecare $m—n$ pînă la această axă va fi y. Notînd de asemenea raza de curbură a fibrei medii deformate cu ρ, fibra $m—n$ va avea înainte de deformare aceeași lungime cu cea a fibrei

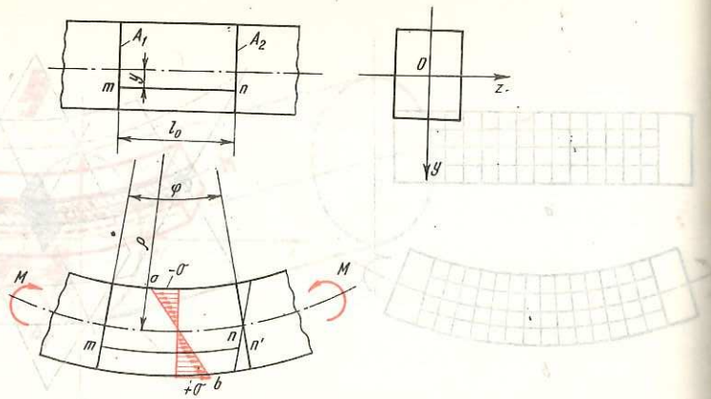


Fig. 5.19. Element de bară dreaptă supus la încovoiere.

medii deformate, a cărei lungime după deformare se poate scrie ca fiind $mn = \rho\varphi$.

După deformare, fibra $m-n$ se lungește și deoarece raza ei de curbură este $\rho + y$, lungimea totală a acesteia $m' - n'$ este egală cu $(\rho + y)\varphi$.

Lungirea acesteia este diferența dintre cele două lungimi și se determină scriindu-se

$$\Delta l = (\rho + y)\varphi - \rho\varphi = y\varphi.$$

Alungirea acestei fibre este

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{y\varphi}{\rho\varphi} = \frac{y}{\rho}. \tag{5.3}$$

Din această relație, rezultă că alungirea fibrelor este proporțională cu distanța pînă la axa neutră, avînd valoarea maximă în fibrele cele mai depărtate de planul neutru, pozitivă pentru y pozitiv, deci alungire, și negativă pentru y negativ, deci scurtare.

Alungirile și scurtările respective sînt însoțite de tensiuni normale σ. Admițîndu-se că fibrele longitudinale ale barei nu se apasă una pe alta, că sînt supuse la întindere sau compresiune simplă și că tensiunile normale nu depășesc limita de proporționalitate, se poate aplica legea lui Hooke și tensiunea normală este

$$\sigma_i = E\varepsilon = E\frac{y}{\rho}. \tag{5.4}$$

Deoarece, pentru o grindă dintr-un material dat, modulul de elasticitate E este o constantă și unui cuplu M îi corespunde o anumită valoare a razei de curbură ρ, se poate conchide că tensiunile normale σ *variază liniar pe secțiune ca și alungirea* ε.

Rezultă, deci, că *atît* σ_i *cît și* ε *sînt egale cu zero în planul neutru și au valorile maxime în fibrele cele mai depărtate de acest plan.*

Tensiunea normală este pozitivă, pentru y pozitiv, și negativă, pentru y negativ. Partea din grindă situată dedesubtul planului neutru este întinsă, iar cea situată deasupra acestuia este comprimată.

Reprezentînd tensiunile normale σ_i ca niște vectori normali pe secțiune, cu sensul către exteriorul grinzii, pentru tensiunile normale de întindere, și cu sensul invers pentru cele de compresiune, atunci extremitățile vectorilor vor forma un plan ab, care trece prin axa neutră Oz (fig. 5.19).

Deoarece asupra barei acționează numai cuplul M, înseamnă că forța axială $N = 0$. Se poate scrie deci că suma tuturor forțelor axiale elementare ΔN, ce acționează pe suprafețele elementare ΔA, este egală cu zero. Deci

$$N = \sum_A \sigma_i \ \Delta A = 0. \tag{5.5}$$

Înlocuindu-se tensiunea σ_i cu expresia (5.4), se obține

$$N = \sum_A E\frac{y}{\rho}\Delta A = \frac{E}{\rho}\sum_A y \ \ \Delta A = 0.$$

Raportul $\frac{E}{\rho}$ fiind constant, nu poate fi zero, și deci

$$\sum_A y\Delta A = 0. \tag{5.6}$$

Această expresie reprezintă momentul static al suprafeței secțiunii grinzii în raport cu axa neutră. Pentru ca expresia (5.6) să fie nulă, trebuie ca axa neutră să treacă prin centrul de greutate al secțiunii.

Rezultă, deci, concluzia că, *la încovoierea barelor drepte, axa neutră trece prin centrul de greutate al secțiunii.*

După cum s-a arătat, valoarea lui σ_i depinde de mărimea cuplului M care solicită bara. Între acest cuplu și tensiune există relația (5.2).

Înlocuindu-se în relația (5.2) expresia lui σ_i din relația (5.4), se obține

$$M = \sum_A \sigma_i \ y \ \ \Delta A = \sum_A E\frac{y}{\rho} y \ \ \Delta A = \frac{E}{\rho}\sum_A y^2\Delta A. \tag{5.7}$$

Dar $\sum_A y^2\Delta A$ reprezintă momentul de inerție I_z în raport cu axa Oz. Deci relația (5.7) se poate scrie

$$M = \frac{E}{\rho} I_z. \tag{5.8}$$

Împărțind între ele relațiile (5.4) și (5.8), se obține

$$\boxed{\sigma_i = \frac{M}{I_z} y.} \tag{5.9}$$

Această relație exprimă legătura ce există între tensiunea normală ce apare pe secțiune într-un punct oarecare al secțiunii, momentul M din acea secțiune și forma și dimensiunile secțiunii cuprinse în I_z.

Formula de mai sus poartă numele de *formula lui Navier*.

Din relația (5.9) rezultă că cea mai mare tensiune are loc în fibrele cele mai depărtate de axa neutră, pentru care $y = y_{max}$. În acest caz, relația devine

$$\sigma_i = \sigma_{max} = \frac{M}{I_z} y_{max} = \frac{M}{\frac{I_z}{y_{max}}}.$$

Introducînd noțiunea de modul de rezistență definită în capitolul 4 (relația 4.22), se obține

$$\boxed{\sigma_i = \frac{M}{W_z}.} \tag{5.10}$$

Relația (5.10) constituie formula de bază pentru calculul de rezistență la încovoiere al unei bare drepte. Structural ea este analoagă cu formula de calcul ce dă tensiunile normale la solicitarea de întindere sau compresiune, respectiv $\sigma_t = \frac{N}{A}$.

În ambele relații, numărătorul reprezintă un efort și conține deci sarcinile ce acționează asupra grinzii, iar numitorul reprezintă mărimi ce conțin forma și dimensiunile geometrice ale secțiunii transversale a grinzii.

Ca și în cazul întinderii sau compresiunii, cu ajutorul relației (5.10) pot fi rezolvate trei tipuri de probleme, după cum trebuie determinată una sau alta din cele trei mărimi pe care le conține.

5.6. CALCULUL DE DIMENSIONARE, VERIFICARE ȘI DETERMINARE A MOMENTULUI CAPABIL LA ÎNCOVOIERE

În legătură cu aplicarea formulei lui Navier sînt necesare următoarele precizări:

1) Formula stabilește legea de variație a tensiunilor normale pe secțiune în ipoteza încovoierii pure. Experimental însă s-a stabilit că ea poate fi aplicată și în cazul încovoierii simple (atunci cînd pe secțiune există și forțe tăietoare), cînd secțiunile grinzii nu mai rămîn plane după deformare.

2) Formula dedusă se aplică numai pentru grinzi ale căror secțiuni au o axă de simetrie, iar sarcinile aplicate se găsesc în planul de simetrie al acestora.

3) Axa neutră de la care se măsoară y_{max} trece prin centrul de greutate al secțiunii și este perpendiculară pe axa de simetrie a acesteia.

5.6.1. Calculul de dimensionare

Pentru efectuarea acestui calcul trebuie avut în vedere faptul că tensiunea din oricare punct al barei nu trebuie să fie mai mare decît valoarea rezistenței admisibile.

Dacă bara de dimensionat are aceeași secțiune pe toată lungimea ei, la dimensionare se ia în considerație tensiunea maximă corespunzătoare celui mai mare moment încovoietor de pe grindă, determinat din diagrama de momente încovoietoare.

În cazul în care bara este alcătuită din tronsoane de diferite secțiuni, la dimensionare se ia în considerație tensiunea maximă corespunzătoare tronsonului de dimensionat.

Relația de dimensionare se obține din condiția

$$\sigma_{i\,max} = \frac{M_{i\,max}}{W_{nec}} \leqslant \sigma_{ai},$$

de unde

$$W_{nec} = \frac{M_{max}}{\sigma_{ai}}. \qquad (5.11)$$

Din această relație se obține valoarea modulului de rezistență al grinzii de dimensionat, nu însă și forma și dimensiunile secțiunii acesteia.

O indicație asupra alegerii secțiunii se poate obține din modul de comportare al materialelor la întindere și compresiune.

În cazul în care materialul din care se execută grinda rezistă la fel la întindere și la compresiune (oțelul), rezistențele admisibile pentru ambele solicitări sînt egale între ele. Datorită acestui fapt, din considerente economice, se preferă secțiunile cu două axe de simetrie.

În cazul în care materialul grinzii rezistă diferit la întindere și compresiune (fonta, betonul, pietrele), secțiunea grinzii trebuie astfel aleasă încît forma și dimensiunile sale să satisfacă condiția de rezistență la ambele solicitări. Pentru acest caz se preferă secțiunile cu o axă de simetrie.

O altă indicație legată de alegerea formei secțiunii grinzii de dimensionat cere o utilizare cît mai bună a materialului.

Aceasta se realizează luîndu-se o secțiune căreia să-i corespundă pentru același modul de rezistență necesar, rezultat din calcul, o arie cît mai mică, ceea ce se poate obține printr-o formă a secțiunii a cărei suprafață să fie cît mai depărtată de axa neutră. Aceasta se explică prin faptul că numai în fibrele extreme se ating valorile maxime ale tensiunilor egale cu rezistența admisibilă. Restul secțiunii este cu atît mai neeconomic folosit, cu cît se află mai aproape de axa neutră.

Deoarece cantitatea de material necesară la realizarea unei grinzi este proporțională cu aria secțiunii acesteia, pentru una și aceeași arie a secțiunii, materialul este folosit cu atît mai economic, cu cît modulul de rezistență este mai mare. Deci buna utilizare a materialului se apreciază prin mărimea raportului $\frac{W}{A}$. Cu cît valoarea acestuia este mai ridicată, cu atît secțiunea aleasă este mai economică.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Se dă grinda dreaptă simplu rezemată din figura 5.20.

Se cere:

— să se construiască diagramele de eforturi;

— să se dimensioneze, considerînd grinda pe rînd cu secțiunea circulară cu diametrul d, cu secțiunea pătrată de latură a, cu secțiunea dreptunghiulară de laturi b, respectiv $h = 1{,}5\ b$, cu secțiunea inelară de diametru exterior D și interior $d = 0{,}8\ D$ și cu secțiunea profil I;

— să se compare rezultatele dimensionării și să se tragă concluziile ce se impun privind consumul de material.

Se dau: $P = 18$ kN; $l = 3$ m; $\sigma_{ai} = 140$ MPa.

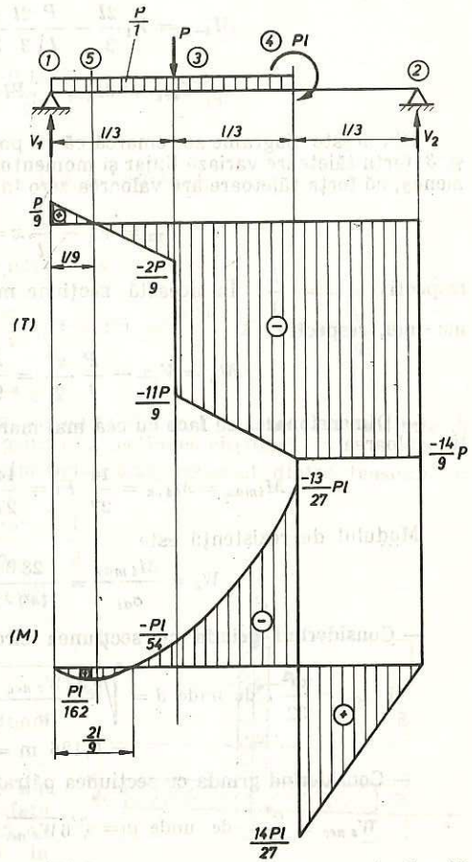


Fig. 5.20. Grindă simplu rezemată încărcată complex.

Rezolvare:

Se calculează reacţiunile din reazeme scriindu-se ecuaţia de momente în raport cu reazemul 2 şi ecuaţia de proiecţii pe verticală, respectiv

$$V_1 l - \frac{P}{l}\frac{2l}{3}\frac{2l}{3} - P\frac{2l}{3} + Pl = 0; \quad V_1 + V_2 = P + \frac{2P}{3}.$$

Din aceste două ecuaţii rezultă

$$V_1 = \frac{P}{9}, \quad V_2 = \frac{14}{9}P.$$

Se construieşte diagrama de forţe tăietoare.
Valorile forţelor tăietoare în diverse puncte de pe grindă sînt

$$T_1 = V_1 = \frac{P}{9}; \qquad T_{3-\varepsilon} = T_1 - \frac{P}{l}\frac{l}{3} = -\frac{2}{9}P; \qquad T_{3+\varepsilon} = -\frac{2P}{9} - P = -\frac{11}{9}P;$$

$$T_4 = T_{3+\varepsilon} - \frac{P}{l}\frac{l}{3} = -\frac{14}{9}P; \qquad T_2 = -V_2 = -\frac{14}{9}P.$$

Valorile momentelor încovoietoare în diverse puncte de pe grindă sînt

$$M_1 = 0; \; M_2 = V_1\frac{l}{3} - \frac{P}{l}\frac{l}{3}\frac{l}{6} = -\frac{Pl}{54};$$

$$M_{4-\varepsilon} = V_1\frac{2l}{3} - \frac{P}{l}\frac{2l}{3}\frac{l}{3} - P\frac{l}{3} = -\frac{13}{27}Pl;$$

$$M_{4+\varepsilon} = M_{4-\varepsilon} \qquad Pl = \frac{14}{27}Pl; \; M_2 = 0.$$

Din aceste diagrame se remarcă că pe porţiunea de grindă cuprinsă între secţiunile *1* şi *3* forţa tăietoare variază liniar şi momentul încovoietor parabolic. Se remarcă, de asemenea, că forţa tăietoare are valoarea zero în secţiunea care anulează expresia

$$T_{13} = V_1 - \frac{P}{l}x = \frac{P}{9} - \frac{P}{l}x = 0,$$

respectiv în $x = \frac{l}{9}$. În această secţiune momentul încovoietor trece printr-o valoare maximă, respectiv

$$M_5 = V_1 x - \frac{P}{l}\frac{x^2}{2} = \frac{P}{9}\frac{l}{9} - \frac{P}{l}\frac{l^2}{162} = \frac{Pl}{162}.$$

— Dimensionarea se face cu cea mai mare valoare a momentului încovoietor, respectiv valoarea

$$M_{imax} = M_{4+\varepsilon} = \frac{14}{27}Pl = \frac{14}{27}\cdot 18\,000\cdot 3 = 28\,000 \text{ Nm}.$$

Modulul de rezistenţă este

$$W_z = \frac{M_{i\,max}}{\sigma_{ai}} = \frac{28\,000}{140\cdot 10^6} = 200\cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

— Considerînd grinda cu secţiunea circulară:

$$W_{z\,nec} = \frac{\pi d^3}{32}, \text{ de unde } d = \sqrt[3]{\frac{32W_{z\,nec}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32\cdot 200\cdot 10^{-6}}{\pi}} \cong \sqrt[3]{2\cdot 10^{-3}} =$$

$$= 0{,}126 \text{ m} = 126 \text{ mm}.$$

— Considerînd grinda cu secţiunea pătrată:

$$W_{z\,nec} = \frac{a^3}{6}, \text{ de unde } a = \sqrt[3]{6W_{z\,nec}} = \sqrt[3]{6\cdot 200\cdot 10^{-6}} = \sqrt[3]{1{,}2\cdot 10^{-3}} =$$

$$= 0{,}106 \text{ m} = 106 \text{ mm}.$$

— Considerînd grinda cu secţiunea dreptunghiulară:

$$W_{znec} = \frac{bh^2}{6} = \frac{2{,}25b^3}{6}, \text{ de unde } b = \sqrt[3]{\frac{6W_{znec}}{2{,}25}} = \sqrt[3]{\frac{6\cdot 200\cdot 10^{-6}}{2{,}25}} = 0{,}081 \text{ m} = 81 \text{ mm};$$

$$h = 121{,}5 \text{ mm}.$$

— Considerînd grinda cu secţiunea inelară:

$$W_{z\,nec} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} = \frac{\pi D^3(1 - 0{,}41)}{32} = \frac{0{,}59\pi D^3}{32},$$

de unde $D = \sqrt[3]{\frac{32W_{znec}}{0{,}59\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32\cdot 200\cdot 10^{-6}}{0{,}59\pi}} = 0{,}151$ m; $d = 0{,}8D \cong 0{,}12$ m.

— Considerînd grinda cu secţiunea I, din STAS 565-80 se găseşte că profilul cu modulul de rezistenţă cu valoarea mai mare decît $W_{z\,nec}$, dar cea mai apropiată de aceasta, este cel corespunzător lui 120 pentru care $W_{z\,nec} = 214$ cm³.

— Pentru compararea cantităţii de material, folosită la realizarea grinzii cu diverse forme de secţiune, este suficient să se compare între ele ariile secţiunilor corespunzătoare.

Aceste arii sînt următoarele:

— pentru secţiunea circulară:

$$A_c = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi\cdot 0{,}126^2}{4} = 124\cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

— pentru secţiunea pătrată:

$$A_p = a^2 = 0{,}106^2 = 112{,}36\cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

— pentru secţiunea dreptunghiulară:

$$A_d = 1{,}5b^2 = 1{,}5\cdot 0{,}081^2 = 98{,}41\cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

— pentru secţiunea inelară: $A_i = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{0{,}36\pi}{4}D^2 = 0{,}36\frac{\pi}{4}0{,}151^2 =$
$= 64{,}43\cdot 10^{-4}$ m²;

— pentru secţiunea I: $A_I = 33{,}5\cdot 10^{-4}$ m².

Concluzia ce se impune este aceea că grinda cu secţiunea I înglobează o cantitate de material de circa patru ori mai mică decît grinda cu secţiunea circulară.

2. La o grindă de fontă cu secţiunea din figura 5.21, raportul dintre tensiunile la încovoiere în fibrele extreme este

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sigma_{at}}{\sigma_{ac}} = \frac{1}{3}.$$

Să se găsească dimensiunea b a grinzii.

Rezolvare:

Dacă $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$ şi $h_1 + h_2 = 10$, atunci $h_1 = 2{,}5$ cm şi $h_2 = 7{,}5$ cm.

Scriind că suma momentelor statice ale suprafeţelor simple ce alcătuiesc suprafaţa compusă, în raport cu axa Oz, este egală cu momentul static al suprafeţei compuse în raport cu aceeaşi axă, rezultă

$b \cdot 1 + 8\cdot 2\cdot 6 = (2b + 16)h_1$, de unde rezultă $b = 18{,}7$ cm.

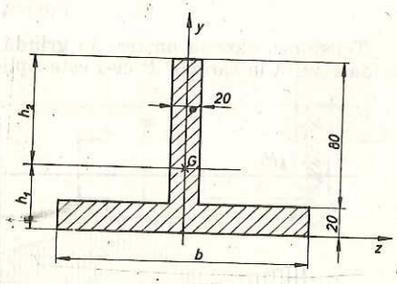


Fig. 5.21. Grindă de fontă cu secţiunea T.

5.6.2. Calculul de verificare

Dacă asupra unei bare date, ca dimensiune și formă a secțiunii, urmează să fie aplicată o anumită sarcină, trebuie să se verifice dacă aceasta poate fi suportată. În acest scop se verifică tensiunea efectivă, care trebuie să fie mai mică decît rezistența admisibilă. Ca și la dimensionare se determină mai întîi secțiunea în care acționează momentul maxim și se calculează valoarea modulului de rezistență W_z.

Tensiunea normală efectivă se obține din relația

$$\sigma_i = \frac{M_{i\,max}}{W_z} \leqslant \sigma_{ai}. \qquad (5.12)$$

Modul de rezolvare al unei asemenea probleme poate fi urmărit pe exemplul de calcul următor.

EXEMPLU DE CALCUL

Să se verifice grinda de oțel din figura 5.22 de secțiune circulară cu diametrul $d = 0{,}11$ m, încastrată la un capăt și încărcată cu o sarcină concentrată P pe capătul liber, dacă lungimea ei este $l = 1$ m.

$$P = 14{,}5 \text{ kN, iar } \sigma_{ai} = 120 \text{ MPa.}$$

Rezolvare:

Se procedează ca și în exemplul precedent, calculîndu-se reacțiunile și construindu-se diagrama de momente încovoietoare. Rezultă astfel reacțiunile

$$H_1 = 0;\ V_1 = P = 14{,}50 \text{ kN};\ M_1 = Pl = 14\,500 \cdot 1 = 14\,500 \text{ Nm.}$$

Momentul încovoietor într-o secțiune oarecare x față de încastrarea aleasă ca origine este

$$M_{12} = -M_1 + V_1 x = -Pl + Px = -P(l - x);\ 0 \leqslant x \leqslant l.$$

Variația momentului încovoietor este liniară și are ca valori extreme, M_1 pentru $x = 0$ și M_2 pentru $x = l$.

$$M_1 = -Pl;\ M_2 = 0.$$

Modulul de rezistență pentru secțiunea circulară este

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0{,}11^3}{32} = 130{,}67 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

$$\sigma_i = \frac{M_{max}}{W_{ef}} = \frac{14\,500}{130{,}604 \cdot 10^{-6}} = 111 \text{ MPa} < 120 \text{ MPa.}$$

Tensiunea care ia naștere în grindă este mai mică decît rezistența admisibilă și deci grinda rezistă la sarcina P ce-i este aplicată.

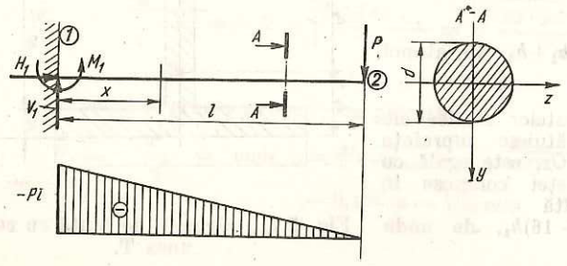


Fig. 5.22. Grindă dreaptă încastrată la un capăt și încărcată cu o sarcină concentrată pe capătul liber.

5.6.3. Calculul sarcinii capabile

Într-o serie de aplicații practice este necesar să se stabilească sarcina maximă cu care poate fi încărcată o grindă solicitată la încovoiere.

În acest caz,

$$M_{i\,cap} \leqslant M_{i\,max} = W_z \sigma_{ai} \qquad (5.13)$$

unde:

$M_{i\,max}$ este momentul încovoietor maxim care acționează asupra barei;

$M_{i\,cap}$ — momentul cu care poate fi încărcată bara fără să se depășească rezistența ei admisibilă.

Modul de rezolvare al unei asemenea probleme poate fi urmărit pe exemplul de calcul următor.

EXEMPLU DE CALCUL

Pentru grinda cu consolă din figura 5.23 din oțel de secțiune pătrată cu latura de 4 cm, avînd deschiderea $l = 1{,}2$ m și consola $\frac{l}{3} = 0{,}4$ m, se cere să se determine sarcina concentrată maximă pe care o poate suporta pe capătul liber, dacă $\sigma_{ai} = 120$ MPa.

Rezolvare:

Modulul de rezistență al secțiunii este

$$W_z = \frac{a^3}{6} = \frac{64}{6} = 10{,}68 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Momentul capabil trebuie să fie deci

$$M_{i\,cap} = W_z \sigma_{ai} = 10{,}68 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot 10^6 \approx 1280 \text{ Nm.}$$

Se determină valoarea momentului maxim de pe grindă. Momentul este maxim la, reazemul 2 și are valoarea

$$M_{i\,max} = \frac{Pl}{3} = 0{,}4P.$$

Aceasta trebuie să îndeplinească condiția $M_{i\,max} \leqslant M_{i\,cap}$ și deci

$$0{,}4\ P \leqslant 1280.$$

Rezultă

$$P_{max} = \frac{1280}{0{,}4} = 3200 \text{ N.}$$

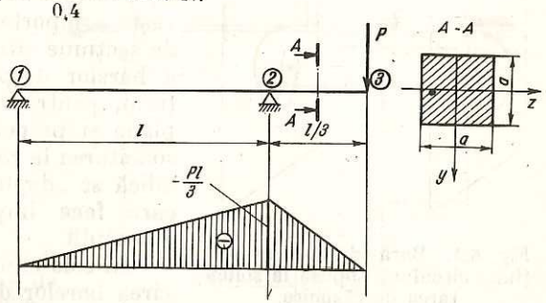


Fig. 5.23. Grindă dreaptă în consolă simplu rezemată, cu o sarcină concentrată pe capătul liber.

5.7. TENSIUNI TANGENȚIALE LA ÎNCOVOIERE

La încovoierea simplă într-o secțiune oarecare există, alături de momentul încovoietor, și o forță tăietoare. Aceasta din urmă este rezultanta tensiunilor tangențiale ce iau naștere în secțiunea grinzii. Tensiunile tangențiale nu se repartizează uniform pe secțiune, cele maxime ajungînd uneori la valori importante, mai ales la grinda de secțiune dreptunghiulară îngustă sau de secțiune compusă din dreptunghiuri (profiluri).

La o bară solicitată la încovoiere simplă, tensiunile tangențiale sînt mici ca valoare, în comparație cu cele normale, și pot fi neglijate la calculul de încovoiere.

Capitolul 6

RĂSUCIREA

6.1. FENOMENUL RĂSUCIRII. DEFINIȚIE, EXEMPLE

Se zice că o bară dreaptă de secțiune circulară sau inelară este supusă la răsucire pură dacă asupra ei acționează la extremități două cupluri M_t, situate în plane perpendiculare pe axa barei, de valori egale și avînd sensuri contrarii (fig. 6.1). Neexistînd alte forțe, este evident că aceste două cupluri își fac echilibru, deoarece au momente de valori egale și sensuri contrare; sub acțiunea lor bara va rămîne deci în repaus.

După aplicarea celor două cupluri, axa barei rămîne în continuare dreaptă în raport cu situația în care ea era neîncărcată, în timp ce secțiunile sale transversale se rotesc una față de cealaltă; dacă se menține fixă una din extremitățile barei, rotirea secțiunilor transversale va fi cu atît mai accentuată, în raport cu secțiunea menținută fixă, cu cît distanța față de această secțiune este mai mare.

Rotirea relativă a două secțiuni transversale ale barei are ca efect apariția unor tensiuni cuprinse în planul acestor secțiuni, deci a unor *tensiuni tangențiale*; întrucît bara nu este solicitată în lungul axei și secțiunile sale rămîn plane după deformare, *în cazul răsucirii nu apar tensiuni normale*; acest rezultat nu este valabil decît pentru bara de secțiune *circulară* sau *inelară*.

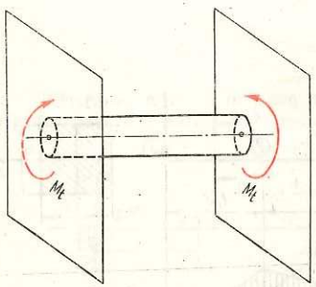


Fig. 6.1. Bară dreaptă de secțiune circulară supusă la solicitarea de răsucire.

Există o diferență esențială în ceea ce privește comportarea la răsucire a barelor drepte de secțiune circulară sau inelară, față de aceea a barelor drepte care au alte forme de secțiuni, pentru care secțiunile barei, care erau plane și perpendiculare pe axa sa înainte de solicitarea la răsucire, își pierd forma lor plană, adică se „deplanează" în mod apreciabil, fapt care face imposibilă aplicarea ipotezei lui Bernoulli.

În cele ce urmează se tratează numai răsucirea barelor de secțiune circulară sau inelară.

Ca exemple practice de piese care pot fi considerate bare drepte supuse și la răsucire se citează: burghiele mașinilor de găurit, arborii de transmisie ai tuturor mașinilor, arborele elicei unui avion etc.

6.2. SOLICITAREA LA RĂSUCIRE PRIN ACȚIUNEA SIMULTANĂ A MAI MULTOR CUPLURI, DIAGRAME ALE MOMENTELOR DE RĂSUCIRE

Pe lîngă cazul barei drepte solicitate la răsucire prin acțiunea a două cupluri aplicate la extremitățile sale, în practică se mai întîlnesc cazuri în care bara este acționată de un număr mai mare de cupluri, aplicate în plane perpendiculare pe axa barei. Ca exemplu în acest sens se pot da arborii care transmit mișcarea de la un motor electric la mașina pe care o acționează (pompă, ventilator, mașină-unealtă). În acest caz, cuplurile situate în plane perpendiculare pe axa sa transversală sînt în echilibru, întrucît bara respectivă trebuie să se afle fie în repaus, fie în mișcare uniformă de rotație.

Pentru determinarea tensiunilor tangențiale care iau naștere în diferitele secțiuni ale unei bare drepte supuse la răsucire, este necesară determinarea valorilor pe care le au momentele de răsucire; aceasta se face trasînd *diagrama de variație a momentelor de răsucire.*

Definiția momentului de răsucire care acționează într-o secțiune a barei este asemănătoare definiției forței tăietoare sau momentului încovoietor într-o secțiune a unei bare drepte, și anume: *momentul de răsucire care acționează în secțiunea transversală a unei bare drepte este reprezentat de suma momentelor tuturor cuplurilor, situate în plane perpendiculare pe axa* barei, *care acționează porțiunea de bară situată în stînga secțiunii considerate sau de suma momentelor tuturor cuplurilor care acționează porțiunea de bară situată în dreapta secțiunii considerate, luată cu semn schimbat.*

Se consideră negativ momentul de răsucire situat la stînga secțiunii al cărui sens de rotire privit din secțiunea considerată este cel trigonometric și pozitiv-invers. Se mai folosește și convenția după care se consideră pozitive cuplurile motoare și negative cele consumatoare.

Pe figura 6.2 se poate urmări modul de trasare a diagramei de momente de răsucire pentru un arbore asupra căruia acționează o serie de cupluri perpendiculare pe axă ce sînt în echilibru.

Din diagrama obținută rezultă că cele patru porțiuni ale barei sînt acționate de momente de răsucire avînd valorile -3, -8, -17 și $+1$, în Nm, care reprezintă valorile momentelor de răsucire pentru aceste porțiuni.

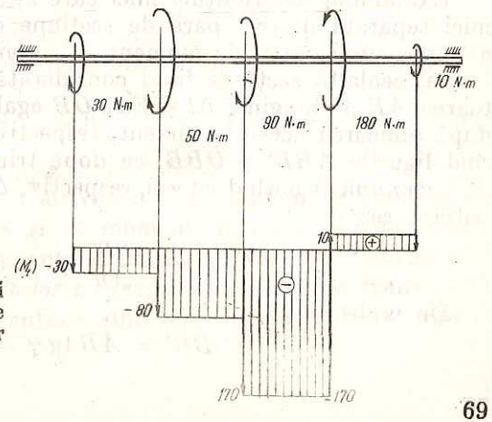


Fig. 6.2. Bară dreaptă supusă acțiunii simultane a mai multor momente de răsucire; trasarea diagramei momentelor de răsucire.

6.3. CALCULUL MOMENTULUI DE RĂSUCIRE PENTRU BARELE DREPTE AFLATE ÎN MIȘCARE DE ROTAȚIE UNIFORMĂ (ARBORI)

Solicitarea de răsucire a unei bare drepte poate avea loc și în cazul în care bara respectivă se află în mișcare de rotație uniformă. Acest caz este întîlnit foarte frecvent în construcția de mașini la arborii de transmisie.

Din diagrama momentelor de răsucire trasată pentru acest caz rezultă că *momentul de răsucire este constant pe întreaga porțiune a arborelui*, fiind egal, în același timp, atît cu momentul cuplului motor, cît și cu momentul cuplului rezistent. În cele ce urmează se determină valoarea acestui moment de răsucire cunoscîndu-se că motorul transmite prin intermediul arborelui la consumator o putere P(kW) și că arborele se rotește în mod uniform cu turația n (rot/min). Pentru aceasta va trebui să se țină seama de faptul că puterea unei mașini se exprimă prin produsul dintre momentul M al cuplului pe care îl produce mașina respectivă și viteza unghiulară de regim ω:

$$P = M_t \omega.$$

Deci

$$M_t = \frac{P}{\omega}.$$

Momentul de răsucire M_n, în newtoni-metri (Nm) rezultă din relația

$$M_t[\mathrm{Nm}] = 9550 \frac{P[\mathrm{kW}]}{n[\mathrm{rot/min}]}. \qquad (6.1)$$

Din această relație rezultă că, întrucît turația n este aceeași pentru toate porțiunile unui anumit arbore, diagrama momentelor de răsucire poate fi înlocuită cu diagrama puterilor transmise pe diferite porțiuni ale arborelui considerat. Într-adevăr, după cum rezultă din cele de mai înainte, diagrama puterilor transmise nu este altceva decît diagrama momentelor de răsucire multiplicată cu raportul $n/9550$.

6.4. TENSIUNI TANGENȚIALE ÎN BARE DREPTE DE SECȚIUNE CIRCULARĂ SAU INELARĂ SOLICITATE LA RĂSUCIRE

Examinînd deformațiile mici care apar în cazul unei bare de dimensiuni mici separată dintr-o bară de secțiune circulară solicitată la răsucire prin acțiunea unui cuplu de moment M_t, aplicat într-una din secțiunile sale extreme, cealaltă secțiune fiind considerată fixă, rezultă (fig. 6.3) că generatoarea AB de lungime Δl și rază OB egală cu r, care erau orizontale, ajung, după aplicarea acestui moment, respectiv, în pozițiile AB' și OB'. Considerînd figurile ABB' și OBB' ca două triunghiuri dreptunghice avînd cateta BB' comună și notînd cu γ și, respectiv, $\Delta\varphi$ unghiurile ascuțite opuse acestei catete, rezultă

$$tg\,\gamma = \frac{BB'}{AB} \quad \text{și} \quad tg\,\Delta\varphi = \frac{BB'}{OB}.$$

De unde

$$BB' = AB \operatorname{tg}\gamma = OB \operatorname{tg}\Delta\varphi.$$

Din ultima egalitate rezultă

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{OB}{AB}\operatorname{tg}\Delta\varphi. \qquad (6.2)$$

Ținînd seama că pentru unghiuri mici tangentele sînt egale cu valorile acestor unghiuri, exprimate în radiani, și înlocuind OB cu r și AB cu Δl, rezultă

$$\gamma = r\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}. \qquad (6.3)$$

Se menționează că această relație este valabilă numai pentru valori mici ale unghiurilor γ și $\Delta\varphi$.

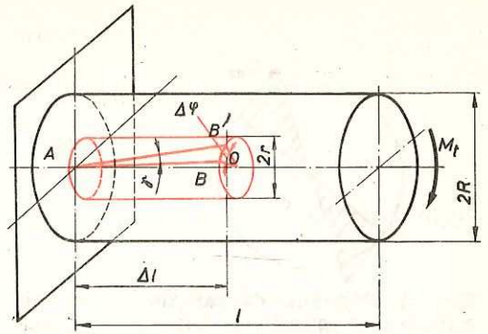


Fig. 6.3. Deformațiile mici ale barei de secțiune circulară, încastrată la o extremitate și solicitată la răsucire prin acțiunea unui cuplu de moment M_t, aplicat în extremitatea liberă.

Unghiul $\Delta\varphi$ reprezintă deplasarea unghiulară (*unghiul de rotire*) *al secțiunii* situate la distanța Δl față de secțiunea rămasă fixă; toate celelalte secțiuni cuprinse între aceasta și secțiunea fixă se rotesc cu unghiuri, cu atît mai mici, cu cît se află mai aproape de secțiunea fixă. Raportînd unghiul $\Delta\varphi$ cu care se rotește această secțiune, la distanța ei față de secțiunea fixă, se găsește *unghiul de rotire specifică* a două secțiuni, situate una față de cealaltă la o distanță egală cu unitatea

$$\theta = \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = \frac{\varphi}{l}, \qquad (6.4)$$

φ fiind unghiul de rotire al secțiunii situate la distanța l față de secțiunea fixă, măsurat în radiani pe centimetru. Deci relația (6.3) devine

$$\gamma = r\theta. \qquad (6.5)$$

Întrucît unghiul γ reprezintă micșorarea unghiului drept, el nu este altceva decît *lunecarea specifică* a elementelor acestei bare supuse la răsucire. În baza legii lui Hooke, tensiunile tangențiale τ din planul secțiunii transversale sînt proporționale cu lunecările, adică

$$\tau = G\gamma, \qquad (6.6)$$

unde G reprezintă *modulul de elasticitate transversal*, în Pa.

Înlocuind în această relație valoarea lunecării specifice γ dată de relația (6.4), se obține

$$\tau = Gr\theta. \qquad (6.7)$$

Întrucît modulul de elasticitate transversal G și unghiul de rotire specifică θ sînt constante pentru o bară și un moment de răsucire date, rezultă că tensiunea tangențială τ variază proporțional cu raza r. Relația (6.7) reprezintă *legea de variație a tensiunilor tangențiale* pe secțiunea transversală a barei, și anume: tensiunile tangențiale sînt nule în centrul secțiunii (la

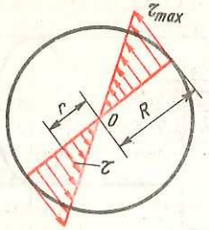


Fig. 6.4. Diagrama de variație a tensiunilor pe secțiunea transversală a unei bare drepte de secțiune circulară supusă la solicitarea de răsucire.

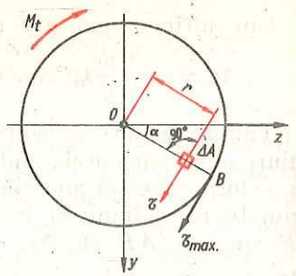


Fig. 6.5. Echilibrul uneia din cele două părți ale barei drepte de secțiune circulară supusă la solicitarea de răsucire.

$r = 0$), variază liniar pe secțiune și sînt maxime în punctele situate pe conturul secțiunii, adică pentru $r = R$,

$$\tau_{max} = G\theta R,$$

unde R reprezintă raza secțiunii circulare.

Deoarece τ_{max} este tangent la conturul secțiunii, deci perpendicular pe rază, se admite că în orice punct al secțiunii tensiunea este de asemenea perpendiculară pe rază. Se obține astfel în baza relației (6.7) diagrama de variație a tensiunilor tangențiale reprezentată în figura 6.4.

Pentru a stabili legătura dintre momentul de răsucire M_t și tensiunea tangențială τ, se scrie ecuația de echivalență.

$$M_t - \Sigma \tau r \Delta A = 0,$$

unde ΔA reprezintă o porțiune foarte mică din aria secțiunii asupra căreia acționează tensiunea tangențială τ.

Înlocuindu-se în această ecuație valoarea lui τ, dată de relația (6.7), se obține

$$M_t = \Sigma G\theta r^2 \Delta A.$$

Întrucît mărimile G și θ sînt constante, rezultă

$$M_t - G\theta \Sigma r^2 \Delta A. \tag{6.8}$$

Dar expresia $\Sigma r^2 \Delta A$ reprezintă momentul de inerție polar al secțiunii transversale a barei în raport cu punctul O: întrucît se consideră numai răsucirea barelor drepte de secțiune circulară sau inelară, rezultă că acest moment de inerție polar nu poate avea decît una din expresiile

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32}, \text{ respectiv } I_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4),$$

în care D, respectiv d, reprezintă diametrele secțiunii.

Ținînd seamă de această expresie, relația (6.8) devine

$$M_t = G\theta I_p. \tag{6.9}$$

Dar din relația (6.7) rezultă că produsul

$$G\theta = \frac{\tau}{r},$$

care, înlocuit în relația (6.9), duce la expresia

$$\boxed{\tau = M_t \frac{r}{I_p}.} \tag{6.10}$$

Această relație reprezintă legea de variație a tensiunii tangențiale pe secțiunea transversală a barei de secțiune circulară sau inelară.

Cele mai mari tensiuni tangențiale au loc în punctele situate pe conturul exterior al secțiunii celei mai încărcate:

$$\tau_{max} = \frac{M_{t_{max}} r_{max}}{I_p}.$$

Renunțînd la indicele „*max*" atribuit mărimilor τ și M_t, cu obligația de a alege din diagrama momentelor de răsucire cea mai mare valoare a acestui moment în valoare absolută și înlocuind $r_{max} = R$, se obține relația

$$\tau_{max} = \tau_t = \frac{M_t R}{I_p} = \frac{M_t}{\frac{I_p}{R}}.$$

Ținînd seama că raportul $\frac{I_p}{R}$ reprezintă modulul de rezistență polar al secțiunii, circulare sau inelare, se poate scrie

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16}, \text{ respectiv } W_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}.$$

Rezultă

$$\boxed{\tau_t = \frac{M_t}{W_p},} \tag{6.11}$$

de unde

— pentru dimensionare (determinarea modulului de rezistență polar necesar W_{pnec}) se folosește relația

$$\boxed{W_{pnec} = \frac{M_t}{\tau_{at}};} \tag{6.12}$$

— pentru verificarea tensiunii tangențiale efective τ_{ef} se folosește relația

$$\boxed{\tau_{ef} = \frac{M_t}{W_{pef}} \leqslant \tau_{at};} \tag{6.13}$$

— pentru calculul momentului de răsucire capabil M_{tcap} se folosește relația

$$\boxed{M_{tcap} = W_{pef}\tau_{at},} \tag{6.14}$$

în care τ_{at} reprezintă valoarea tensiunii tangențiale admisibile pentru materialul din care este executată bara.

6.5. DEFORMAȚIILE BARELOR DREPTE DE SECȚIUNE CIRCULARĂ SAU INELARĂ SOLICITATE LA RĂSUCIRE

Unghiul de rotire specifică este dat de relația (6.4), și anume

$$\theta = \frac{\varphi}{l}.$$

Înlocuind în această relație valoarea lui θ din relația (6.9), respectiv

$$\theta = \frac{M_t}{GI_p},$$

se obține

$$\boxed{\varphi = \frac{M_t l}{GI_p}.} \qquad (6.15)$$

Această relație dă valoarea deplasării unghiulare φ dintre două secțiuni depărtate între ele cu distanța l, măsurat în radiani, pentru cazul în care toate secțiunile situate pe distanța l acționează cuplul de răsucire de moment constant M_t. Pentru determinarea valorii acestui unghi exprimată în grade rezultatul se înmulțește cu raportul $\frac{180}{\pi}$.

Unghiul de rotire specifică este

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_t}{GI_p}.$$

EXEMPLU DE CALCUL

1. O bară de oțel de secțiune circulară având diametrul $D = 30$ mm este supusă la răsucire prin două cupluri de momente egale $M = 50$ N · m și sensuri contrare, acționînd în jurul axei sale longitudinale, în secțiunile de la capete, distanțele între ele cu $l = 1{,}2$ m (fig. 6.6). Se cere să se determine tensiunea tangențială maximă, precum și tensiunea tangențială în punctele uneia dintre secțiunile transversale situate la distanța $r = 7{,}1$ mm ($G = 8{,}1 \cdot 10^4$ MPa).

Rezolvare:

Caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale pentru calculul tensiunilor tangențiale la răsucire se calculează sau se iau direct din tabele numerice. Astfel, pentru diametrul dat $D = 30$ mm $= 3$ cm, se găsesc

$$I_p = 7{,}952 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^4 \text{ și } W_p = 5{,}302 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

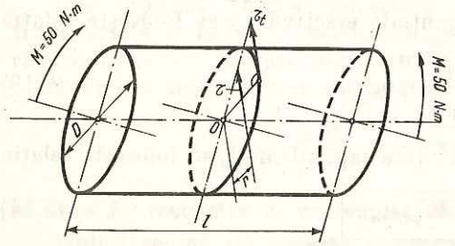


Fig. 6.6. Exemplu de calcul al unei bare drepte de secțiune circulară supusă la solicitarea de răsucire.

Pentru calculul tensiunii tangențiale de răsucire se aplică relația (6.11)

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{50}{5{,}302 \cdot 10^{-6}} = 9{,}44 \cdot 10^6 = 9{,}44 \text{ MPa}.$$

Tensiunea tangențială în punctul situat la distanța $r = 7{,}1$ mm (același în toate punctele situate pe cercul de centru 0 și rază $r = 7{,}1$ mm) se calculează cu relația (6.10)

$$\tau = \frac{M_t r}{I_p} = \frac{50 \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-3}}{7{,}952 \cdot 10^{-8}} = 4{,}46 \cdot 10^6 = 4{,}46 \text{ MPa}.$$

Același rezultat se obține dacă se ține seama de variația liniară a tensiunilor tangențiale

$$\tau = \tau_t \frac{r}{R} = 9{,}44 \cdot 10^6 \frac{7{,}1 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-3}} = 4{,}46 \cdot 10^6 = 4{,}46 \text{ MPa}.$$

Deplasarea unghiulară a celor două secțiuni situate la extremitățile barei este dată de relația (6.15)

$$\varphi = \frac{M_t l}{GI_p} = \frac{50 \cdot 1{,}2}{8{,}1 \cdot 10^{10} \cdot 7{,}952 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0093 \text{ rad}.$$

Transformînd în grade, se obține

$$\varphi = 0{,}0093 \cdot \frac{180}{\pi} = 0{,}533^\circ = 31'59''.$$

2. Se cere să se dimensioneze un arbore de secțiune circulară din OL 50 STAS 500-68, care transmite o putere $P = 36{,}8$ kW la o turație $n = 400$ rot/min, distanța dintre roata motoare și cea antrenată fiind $l = 1{,}2$ m, folosind atît condiția de rezistență pentru $\tau_{at} = 40$ MPa cît și condiția de rigiditate pentru $\theta_a = 0{,}25°/\text{m}$. Se consideră $G = 8 \cdot 10^4$ MPa.

Rezolvare:

Dimensionarea pe baza condiției de rezistență.
Se calculează valoarea momentului de răsucire

$$M_t = 9550 \frac{P}{n} = 9550 \frac{36{,}8}{400} = 877{,}7 \text{ Nm}.$$

Diametrul arborelui rezultă din relația

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{M_t}{\tau_{at}}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{877{,}7}{40 \cdot 10^6}} = 0{,}0436 \text{ m} = 43{,}6 \text{ mm}.$$

Pentru dimensionarea arborelui pe baza condiției de rigiditate se folosește formula

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_t}{G\theta_a}} = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{877{,}7 \cdot 180 \cdot 100}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}25 \cdot \pi}} = 0{,}025 \text{ m}.$$

Se alege diametrul cu valoarea cea mai mare, adică $d = 43{,}6$ mm.

PROBLEME NEREZOLVATE

1. Să se dimensioneze un arbore de secțiune circulară care transmite o putere $P = 370$ kW la o turație $n = 3\,000$ rot/min în următoarele ipoteze:
– rezistența admisibilă la răsucire $\tau_{at} = 60$ MPa;
– rotirea specifică admisibilă $\theta_a = 0{,}25°/\text{m}$.

Răspuns: $d = 4{,}63$ mm; $d = 76{,}5$ mm.

2. Să se dimensioneze un arbore de secțiune inelară al unei mașini care transmite o putere $P = 2210$ kW sub o turație $n = 300$ rot/min, dacă raportul dintre diametrul interior și cel exterior al arborelui este $\frac{d}{D} = 0{,}8$, iar rezistența admisibilă la răsucire $\tau_{at} = 40$ MPa.

Răspuns: $D = 249$ mm; $d = 199{,}2$ mm.

3. Dacă în secțiunea arborelui motor, de diametru $d = 20$ mm, se produce o tensiune tangențială $\tau = 70$ MPa, să se calculeze lungimea arborelui, cînd deplasarea unghiulară totală este $\varphi = 4°$. Se dă: $G = 8{,}1 \cdot 10^4$ MPa.

Răspuns: $l = 808$ mm.

ORGANE DE MAŞINI

Capitolul 7

NOŢIUNI FUNDAMENTALE DESPRE ORGANELE DE MAŞINI

Creaţie tehnică a omului, maşina este realizată dintr-un ansamblu de elemente mecanice componente (organe), înlănţuite cinematic, cu mişcări strict determinate.

Nici o maşină nu poate fi realizată fără cunoştinţe temeinice despre organele sale componente.

7.1. ÎNSUŞIRI ALE ORGANELOR DE MAŞINI

Organele de maşini sînt piese (eventual ansambluri de piese), avînd rol funcţional unitar, care intră în compunerea organică-structurală a oricăror maşini, agregate, mecanisme sau dispozitive. Avînd rol funcţional bine determinat, fiecare organ de maşină poate fi analizat, proiectat şi executat separat, considerîndu-l însă interdependent ca solicitare şi uzare cu celelalte organe cu care se asamblează.

Performanţele funcţionale şi tehnice ale oricărei maşini depind de doi factori principali: concepţia proiectantului care elaborează schema de principiu a viitoarei maşini şi însuşirile calitative ale fiecărui element structural component.

Primul factor poate fi asigurat printr-o temeinică pregătire teoretică şi practică de specialitate a proiectantului. Al doilea factor demonstrează că performanţa şi siguranţa în exploatarea maşinii, durabilitatea şi fiabilitatea sa sînt hotărîte de calitatea fiecărui organ component. Pentru aceasta, organele de maşini trebuie să satisfacă următoarele condiţii de bază:

— să corespundă integral scopului funcţional pentru care se construiesc;

— să fie simple şi să prezinte siguranţă în exploatare, adică să reziste solicitărilor la care sînt supuse;

— să asigure durata de funcţionare necesară în raport cu scopul, calitatea materialului şi a tehnologiei de execuţie.

Rezistenţa propriu-zisă, *rigiditatea*, *rezistenţa la uzare şi rezistenţa la temperatură* sînt caracteristici ale materialelor organelor de maşini, care le menţin o anumită capacitate de a rezista şi de a funcţiona în diferite condiţii.

Prelucrarea fără dificultăţi deosebite ca şi *interschimbabilitatea* sînt, de asemenea, însuşiri de bază caracteristice multor organe de maşini cu rol funcţional deosebit.

Marea diversitate de forme şi dimensiuni permite gruparea organelor de maşini după o serie de criterii, dintre care mai importante sînt cele *constructive* şi cele *funcţionale*.

Constructiv, organele de maşini se grupează în: *organe simple* (pene, nituri, şuruburi, arcuri, osii şi arbori, roţi etc.) şi *organe complexe* (lagăre, rulmenţi, ambreiaje, vane etc.). Organul complex se caracterizează printr-un ansamblu de piese elementare, care numai în totalitatea lor pot îndeplini un rol funcţional unitar.

După rolul funcţional, organele de maşini se grupează astfel:

— *organe pasive* (nituri, ştifturi, pene, arcuri, şuruburi de fixare etc.) care nu contribuie în mod direct la transmiterea, la realizarea sau la transformarea mişcării mecanice, ci doar la asamblarea elementelor;

— *organe active* (şuruburi de mişcare, roţi dinţate, arbori, manivele, biele, lanţuri de transmisie etc.), care, în funcţionare, au rolul de transmitere sau de transformare a mişcării.

7.3. STANDARDIZAREA ÎN CONSTRUCŢIA DE MAŞINI

Activitatea tehnico-ştiinţifică organizată pentru stabilirea terminologiei tehnice, a unor convenţii de reprezentare, metode optime de calcul, execuţie, exploatare şi întreţinere a maşinilor este cunoscută sub numele de *standardizare*.

Acţiunea de standardizare se desfăşoară la nivel naţional, precum şi la nivel internaţional.

Importanţă şi eficienţă economică maxime prezintă standardizarea la nivel naţional. În ţara noastră, activitatea de standardizare este coordonată de Institutul Român de Standardizare. Această instituţie colectează proiectele de standarde de la niveluri inferioare, le definitivează şi le supune legiferării. Ca urmare rezultă un act normativ republican, cu obligativitate juridică de aplicare, avînd denumirea simbolică „STAS".

Acţiunea de standardizare internaţională şi de lărgire a sferei de aplicare a standardelor este coordonată de Organizaţia Internaţională de Standardizare „I.S.O.".

Toate ţările cu industrie constructoare de maşini dezvoltată într-un anumit stadiu desfăşoară o laborioasă activitate de standardizare. În tabelul de mai jos sînt date ţările şi denumirile simbolice folosite pentru standardele respective.

Ţara	Anglia	Franţa	Italia	Japonia	R.D.G.	R.F.G.
Standard	BS	AFNOR	UNI	JIS	TGL	DIN

Ţara	R.S.C.	S.U.A.	Suedia	U.R.S.S.
Standard	CSN	AISI; SAE	SIS	GOST

Problemele de tipizare și standardizare sînt diverse. Aceste probleme pot cuprinde referiri sistematice legate de: formă, dimensiuni, terminologie, indicații de calcul, caracteristici mecanice ale materialelor etc.

7.4. INTERSCHIMBABILITATEA ORGANELOR DE MAȘINI

Unificînd caracteristicile dimensionale, ale formei constructive și cele calitative ale pieselor, standardizarea creează condițiile necesare realizării interschimbabilității organelor de mașini.

Interschimbabilitatea este definită prin însușirile calitative ale pieselor unei mulțimi de a fi schimbate prin asamblare cu oricare din piesele altei mulțimi identice, prin respectarea integrală a condițiilor funcționale ale sistemului tehnic din care face parte.

Interschimbabilitatea se realizează prin asigurarea următoarelor condiții specifice de bază:

— stabilirea judicioasă a toleranțelor pieselor interschimbabile;
— folosirea mașinilor capabile să asigure în mod sistematic precizia formei și a dimensiunilor pieselor respective;
— utilizarea materialelor cu proprietăți calitative standard;
— asigurarea pieselor de rezervă interschimbabile.

Asigurarea condițiilor de interschimbabilitate permite înlocuirea rapidă a pieselor uzate, fără a fi supuse nici unei prelucrări suplimentare. Ca urmare, prin organul de mașină interschimbabil înlocuit se restabilesc performanțele inițiale ale ansamblului respectiv. De exemplu, rulmentul uzat dintr-un lagăr poate fi înlocuit, într-o perioadă de timp minimă, cu orice rulment nou de același tip și dimensiune nominală fără nici o prelucrare suplimentară. Performanța lagărului mașinii respective este astfel restabilită. Stagnarea mersului mașinii respective, deci pierderile de producție devin minime, deoarece interschimbabilitatea rulmentului respectiv reprezintă o soluție tehnică optimă.

7.5. EXECUȚIA ORGANELOR DE MAȘINI

Principalele etape ale tehnologiei de execuție a organelor de mașini sînt: semifabricarea prin turnare, forjare, laminare, asamblare (prin sudare, lipire, nituire, încleiere, chituire). Prin aceste operații de bază se realizează semifabricate. Semifabricatele (laminate, turnate, forjate etc.) se supun operațiilor de prelucrare mecanică (frezare, rabotare, strunjire, rectificare) sau nemecanică (acoperiri galvanice, tratamente termice etc.) prin care se obțin piese finite. Sub formă finită, organele de mașini pot fi folosite direct în procesul de montaj al mașinii.

Piesele individuale, unicate, se execută cu o productivitate scăzută, deci cu o eficiență economică mai redusă.

Execuția pieselor în serie limitată este mai avantajoasă, productivitatea fiind sporită. Execuția unui foarte mare număr de piese identice se poate realiza cu o productivitate maximă, folosindu-se mașini și agregate automate

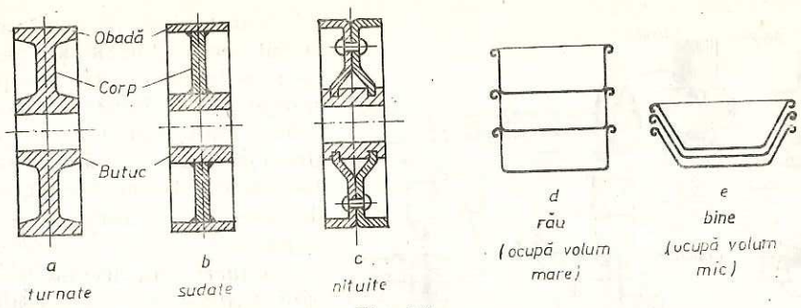


Fig. 7.1.

Forma geometrică a organului de mașină trebuie astfel concepută și realizată încît să satisfacă cît mai complet nu numai rolul funcțional, ci și optimizarea cerințelor execuției tehnologice, montajului și transportului (fig. 7.1).

Capitolul 8

ASAMBLĂRI NEDEMONTABILE

Asamblarea mecanică reprezintă rezultatul operațiilor tehnologice de realizare a unei legături rigide sau a unei blocări între două sau mai multe piese separate. Prin asamblare se obține un nou element rigid, adică un organ de mașină complex, cu rol funcțional bine determinat.

După asamblare, elementele componente nu mai au posibilitatea deplasării relative între ele.

Asamblările pot fi *directe* sau *indirecte*.

În cazul asamblărilor directe, legătura este asigurată nemijlocit între elementele componente, de exemplu prin sudare, presiune, fălțuire, poansonare, refulare, ștemuire, îndoire, crestare, strîngere elastică etc.

Asamblarea indirectă presupune utilizarea unor elemente sau substanțe intermediare de legătură, cum sînt: niturile, cordoanele de sudură, lipiturile metalice sau nemetalice etc.

8.1. ASAMBLĂRI PRIN NITUIRE

Părți componente. Materiale. Clasificare

Nituirea reprezintă operația tehnologică de găurire a elementelor asamblării, de montare a niturilor și de formare a capului de închidere. Părțile componente ale asamblării sînt reprezentate în figura 8.3. Nituirea se folosește cînd asamblarea se realizează mai dificil prin alte metode. De exemplu, în cazul învelișului fuselajului aeronavelor, nituirea s-a dovedit cea mai avantajoasă metodă de asamblare. De asemenea, în cazul elementelor din materiale greu sudabile sau nesudabile, nituirea poate fi singura metodă rațională din punct de vedere calitativ și economic.

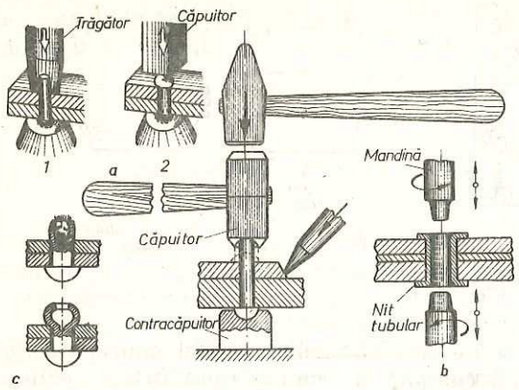


Fig. 8.1. Principalele faze tehnologice ale nituirii:

a — nituire manuală; *1* — strîngerea pieselor; *2* — refularea tijei și formarea capului de închidere; *b* — nituire mecanică prin mandrinare; *c* — nituire cu exploziv.

Costul ridicat prin consumul sporit de materiale și manoperă, reducerea rezistenței prin micșorarea secțiunii elementelor, etanșarea redusă, productivitatea scăzută și zgomotul intens determină îngustarea domeniilor de aplicare a nituirii.

Niturile sînt organe de mașini utilizate pentru realizarea asamblărilor indirecte, formate dintr-o tijă cilindrică sau tubulară, cu un *cap inițial* (fig. 8.1). Al doilea cap, denumit *cap de închidere*, se formează la montare. Forma geometrică a capetelor și dimensiunile niturilor sînt standardizate.

Capul de închidere poate fi realizat *manual* (fig. 8.1, *a*), *mecanizat* (fig. 8.1, *b*) sau cu *exploziv* (fig. 8.1, *c*). În figură sînt reprezentate și sculele specifice nituirii.

Materialele cele mai utilizate pentru executarea niturilor sînt: oțelul carbon obișnuit OL 34, OL 37; alama Am 63; cuprul Cu 5; aluminiul Al 99,5 etc.

Nituirile cu nituri de oțel avînd dimensiuni reduse ($d \leqslant 10$ mm) și cele cu nituri din aliaje metalice neferoase se pot executa manual sau mecanizat — la rece. În cazul utilizării unor nituri de oțel avînd $d > 20$ mm, nituirea se execută la cald (prin încălzirea nitului înainte de formarea capului de închidere).

Nituirea la rece a unor piese de dimensiuni mari poate produce zgomot dăunător. În astfel de cazuri se urmărește înlocuirea asamblării cu nituri prin alt tip de asamblare, de exemplu prin sudare.

Clasificarea niturilor. După *destinația* lor, niturile și nituirile se pot grupa în:

— *nituri* și *nituiri de rezistență*, destinate preluării și transmiterii anumitor forțe care au tendința de separare a elementelor îmbinate (v. fig. 8.3, *b*);

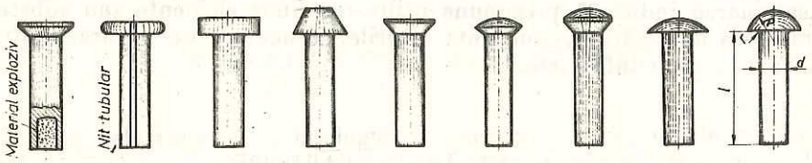


Fig. 8.2. Formele constructive ale niturilor.

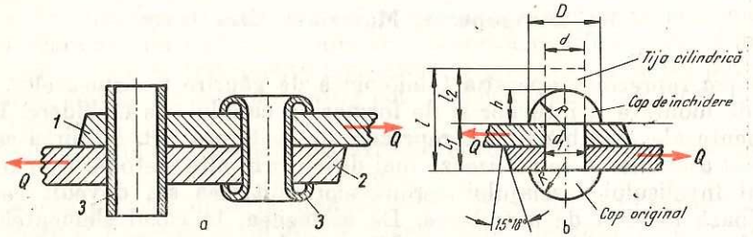


Fig. 8.3. Asamblare cu nituri:

a — cu nituri tubulare: *1* și *2* — elementele îmbinării; *3* — nit tubular; *b* — cu nituri cilindrice.

— *nituri și nituiri de rezistență — etanșare*, destinate vaselor și recipientelor în care se depozitează fluide la presiuni ridicate.

Constructiv, asamblările nituite se pot realiza:

— prin suprapunere (fig. 8.3), cu o singură secțiune de forfecare a nitului;

— cap la cap cu o eclisă, cu o secțiune de forfecare, sau cu două eclise și cu 2 secțiuni de forfecare a nitului (fig. 8.4).

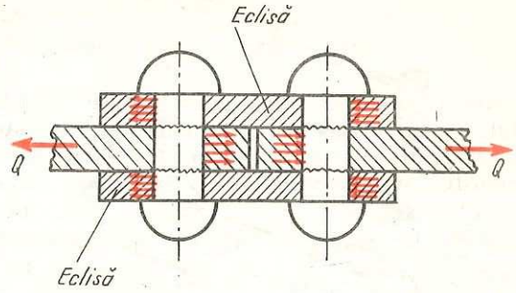


Fig. 8.4. Asamblare nituită cap la cap cu două eclise.

8.2. ASAMBLĂRI PRIN LIPIRE

Materiale. Tehnologie

Prin lipire se pot realiza organe de mașini pentru aparate, folosindu-se piese separate, din același material sau din materiale diferite, totdeauna însă cu *material de adaos*, avînd compoziția chimică diferită de a *materialului de bază*.

Lipirea se bazează pe forțele de coeziune intermoleculară între materialul de adaos și materialul pieselor supuse asamblării. Principalul avantaj îl constituie simplitatea procesului tehnologic și temperatura obișnuită de execuție, care poate ajunge pînă la temperatura mediului ambiant.

Domeniul de utilizare cuprinde atît execuția unor asamblări noi în construcția de mașini, mai ales în industriile electrotehnică și mecanică fină, cît și repararea diferitelor organe de mașini (obiecte din oțel, cupru, alamă, plumb, zinc, cabluri și conducte, piese și aparate electrice, elementele circuitelor electrice etc.). *Lipitură* se numește compoziția interpusă între piesele de asamblat și se notează prescurtat cu *Lp*. Ea are temperatura de topire mai mică decît cea a elementelor supuse asamblării.

Deși lipiturile sînt mai puțin rezistente decît sudurile, prin faptul că lipirea se produce pe o suprafață, asamblarea poate asigura totuși o rezistență egală cu rezistența secțiunii elementelor asamblate.

După natura lipiturii aceasta poate fi *metalică și nemetalică*.

Lipituri metalice. După gradul rezistenței mecanice și termice, *lipiturile metalice* pot fi: *moi* și *tari*.

Lipiturile metalice moi au o rezistență la rupere $R_m < 50-70$ MPa și o rezistență termică sub 450°C. Ca lipituri, în mod obișnuit se folosesc aliaje pe bază de cositor, plumb, zinc etc. Standardele în vigoare (STAS 96-80) cuprind următoarele mărci de aliaje pentru lipit: Lp 20 Sb; Lp 30; Lp 30 Sb; Lp 37; Lp 40; Lp 40 Sb; Lp 50; Lp 60; Lp 65; Lp 90. De exemplu, prin Lp 30 se notează lipitura avînd 30% Sn, iar restul Pb.

Lipiturile metalice tari — *brazurile* — au o rezistență mecanică și termică mai ridicată decît a celor moi (150—160 MPa și temperatura de topire peste 450°C). Lipiturile tari cele mai uzuale se realizează cu *alamă de lipit* (STAS 204-77): Am 42 Lp; Am 47 Lp; Am 51 Lp; Am Si Lp; Am Sn Lp.

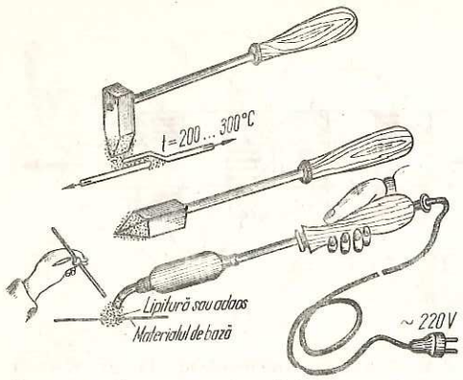


Fig. 8.5. Ciocane pentru lipire manuală.

Pentru lipirea elementelor din fontă se folosește *aliajul monel* (68% Ni + 28% Cu + Mn + Si + Fe). STAS 10881-77 prevede și alte lipituri ca BAg 65 CuZn 708.

Suprafețele supuse lipirii se curăță pînă la lustru metalic, prin decapare cu acid azotic sau, cînd sînt curățite de oxizi și impurități, se degresează prin alte mijloace.

Pe scară largă se practică lipirea manuală, utilizîndu-se ciocane de lipit, executate din cupru (un bun acumulator termic), ca cele din figura 8.5.

Un procedeu modern este lipirea în cuptoare electrice sau în cuptoare reducătoare (pentru reducerea oxizilor). Acest procedeu se aplică în general pieselor cu dimensiuni relativ mici. În acest scop, piesele care urmează să se asambleze se leagă cu sîrmă pentru a se păstra contactul zonelor supuse lipirii.

Cîteva tipuri și forme uzuale de asamblări prin lipire sînt reprezentate în figura 8.6.

Pentru îmbunătățirea procesului de depunere a lipiturii se folosesc substanțe auxiliare numite *fluxuri*. Fluxurile se prezintă sub formă de pastă, granule sau pudră și sînt utilizate pentru dizolvarea oxizilor de pe suprafața supusă lipirii și pentru îmbunătățirea depunerii omogene a lipiturii pe suprafețele respective.

Lipituri nemetalice. Pentru realizarea asamblărilor cu lipituri nemetalice se folosesc substanțe chimice, numite *adezivi*. Lipirea cu adezivi se face la rece sau la cald, cu sau fără apăsare, ca în cazul lipiturilor metalice.

Adezivii permit asamblarea elementelor din materiale diferite: lemn, hîrtie, cauciuc, materiale plastice, sticlă, metale, țesături etc.

Cleiurile formează o altă categorie de lipituri. Ele se folosesc pentru încleiat (lipit) piese din lemn, țesături, hîrtie. Temperatura de regim nu trece de 60°C, iar rezistența la tracțiune nu depășește 20—30 MPa.

Chiturile se utilizează în special pentru realizarea asamblării elementelor metalice cu elemente nemetalice, de exemplu, porțelan cu metal (siguranțe fuzibile), sticlă cu metale (lămpi electrice) etc. Aceste lipituri au o rezistență satisfăcătoare pînă la 130°C.

Rășinile epoxidice se folosesc în special la asamblările metalice din construcții de mașini și aparate.

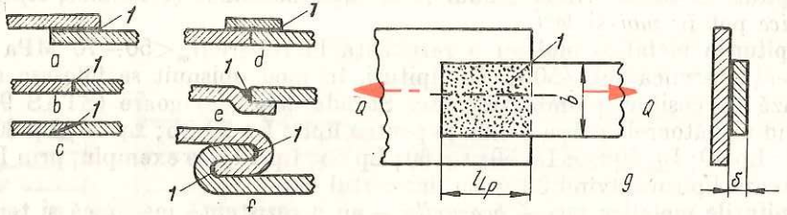


Fig. 8.6. Forme uzuale de asamblări prin lipire:

a — prin suprapunere; *b* — cap la cap; *c* — în pană; *d* — cap la cap cu adaos; *e* și *f* — prin suprapunere și răsfrîngere; *g* — elementele geometrice ale unei asamblări de rezistență; *1* — zona lipirii.

8.3. ASAMBLĂRI PRIN SUDARE

Definții. Procedee tehnologice. Forme constructive

Sudarea este operația de realizare a asamblărilor nedemontabile la piese metalice sau nemetalice, prin folosirea încălzirii locale, a presiunii, a șocului sau combinat, cu sau fără folosirea unui material de adaos, similar cu al pieselor de asamblat. Prin sudare se realizează o legătură la nivel atomic între piesele respective.

Rezultatul sudării este *sudura* formată din materialul de bază al pieselor asamblate cu sau fără material de adaos.

Asamblările directe obișnuite se realizează prin încălzire locală și presiune.

Asamblările indirecte se obțin prin încălzire locală, folosindu-se totdeauna un *metal de adaos*, similar cu metalul pieselor de asamblat.

În industria constructoare de mașini, sudarea își lărgește continuu domeniul de aplicare, fiind folosită în special pentru asamblarea materialelor metalice, la piese separate sau la aceeași piesă, ca și pentru reparații.

Cordonul de sudură sau *cusătura* se formează prin topirea materialului de adaos și parțial a celui de bază, în *baia de sudură* ce apare în procesul de sudare. Se numește *material de bază* materialul din care sînt executate elementele ce urmează să se asambleze.

Sudabilitatea unui material definește capacitatea acestuia de a se suda în bune condiții fără defecte (fisuri, pori, incluziuni etc.), printr-un procedeu tehnologic uzual. Sudabilitatea oțelului depinde de natura și procentul elementelor de aliere. Astfel, de exemplu, creșterea conținutului de carbon într-un oțel scade capacitatea de sudare. După sudabilitate, metalele și aliajele se grupează astfel: *perfect* sudabile, *satisfăcător* sudabile, *limitat* sudabile, *rău* sudabile. De exemplu, grupa otelurilor carbon obișnuite este perfect su-

adaos și parțial a celui de bază, în *baia de sudare* ce apare în procesul de sudare
bilă.

Avantaje și domenii de aplicare ale sudării. În raport cu construcțiile nituite, forjate sau turnate, asamblările sudate prezintă numeroase avantaje, ca: economie de manoperă și de materiale în medie pînă la 20%, deci ieftinirea și ușurarea construcțiilor; posibilitatea executării unor piese cu forme complexe și dimensiuni mari; folosirea integrală a secțiunii pieselor asamblate; posibilitatea creșterii productivității muncii prin automatizarea sau semiautomatizarea operației de sudare; eliminarea zgomotului dăunător produs prin nituire, ușurarea muncii, siguranță mai mare le etanșeitate ca și la rezistență a asamblărilor din piese mici etc.

Trebuie menționat însă că prin sudare, deși se obțin totdeauna construcții mai ușoare, uneori acestea nu sînt mai ieftine. Pentru executarea sudării unor piese cu forme complicate sînt necesare *dispozitive speciale de poziționare*, deoarece rezistența cordonului sudurii depinde și de poziționarea elementelor supuse asamblării (fig. 8.7).

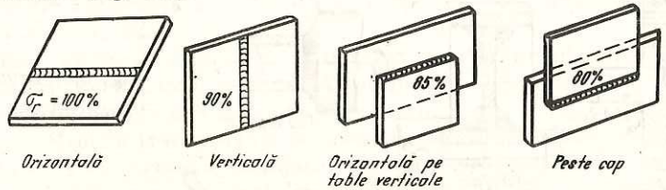


Fig. 8.7. Principalele tipuri constructive de asamblări sudate.

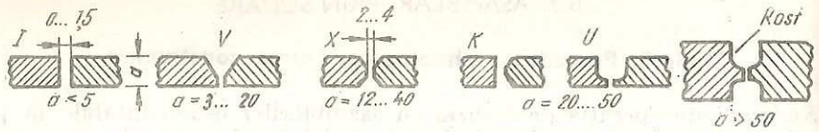


Fig. 8.8. Forma rostului cordonului de sudură.

Detectarea defectelor de execuție — în special lipsa de omogenitate — este mai dificilă decît în cazul nituirii, necesitînd aparatură specială și calificare înaltă. Un alt dezavantaj îl constituie sensibilitatea sporită la solicitări variabile sau prin șoc și necesitatea detensionării pieselor sudate.

În ultimii ani, în industria din țara noastră s-au introdus numeroase procedee moderne de sudare și de control al calității sudurilor.

Sudarea este folosită ca tehnologie de asamblare a două sau mai multe piese, ca procedeu de fabricație prin combinare cu alte operații tehnologice (ștanțare, matrițare etc.), cît și ca metodă de reparație sau înlăturare a unor defecte.

Se deosebesc două procedee diferite de execuție a asamblărilor sudate:
— sudarea prin presiune;
— sudarea prin topire.

Sudarea prin presiune se produce fără adaos de metal, cu sau fără încălzire locală. Cînd se folosește încălzirea locală, zonele respective se aduc la temperatura de sudare, apoi se presează puternic.

Sudarea prin presiune, în puncte sau în linie, se aplică în special la asamblarea tablelor subțiri.

Sudarea prin topire se realizează uneori fără adaos de metal, în care scop atît zonele supuse asamblării cît și materialul de adaos se încălzesc pînă la topire. Cele mai obișnuite procedee de sudare prin topire sînt: sudarea cu flacără de gaze (oxiacetilenică); sudarea cu arc electric (electrică), la care sursa termică este arcul electric și sudarea cu jet de plasmă.

Forma rosturilor. Cele mai obișnuite forme ale rosturilor sînt în funcție de grosimea elementelor asamblării: I — V — X — K — U (fig. 8.8). Pentru asigurarea unui cordon de sudură omogen, rostul se execută cît mai uniform și cu suprafețe curate.

Poziția formării cordonului de sudură, mai avantajoasă din punctul de vedere al calității și rezistenței, este cea orizontală. În celelalte cazuri, rezistența cordonului de sudură este mai redusă.

Observație. În figura 8.9 sînt reprezentate cîteaa tipuri de organe de mașini din elemente sudate.

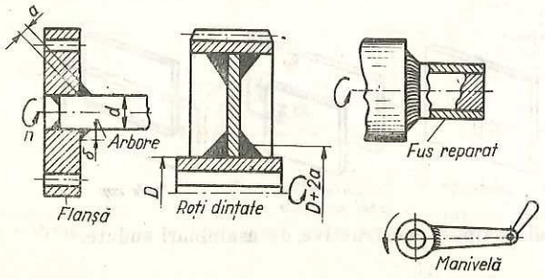


Fig. 8.9. Organe de mașini sudate.

Capitolul 9

ORGANELE ASAMBLĂRILOR DEMONTABILE

În construcția de mașini, asamblarea demontabilă este definită printr-un sistem de legătură între două elemente, ușor montabile și demontabile, prin care se pot transmite în întregime forțele de solicitare. Asigurarea asamblării-dezasamblării repetate, fără deteriorarea pieselor componente, este posibilă prin utilizarea unor elemente specifice, numite *organe de asamblare*. Cele mai utilizate organe de asamblare sînt: penele longitudinale și cele inelare; bolțurile și știfturile; inelele ondulate; elementele profilate sau cele canelate; piesele filetate etc.

9.1. ASAMBLĂRI CU PENE ȘI CU ȘTIFTURI

Penele sînt organe de mașini folosite ca elemente intermediare de legătură între două piese cu axa geometrică longitudinală comună (fig. 9.1). Ele sînt folosite foarte mult atît în construcția asamblărilor fixe, cît și în cea a asamblărilor mobile-ghidate, care necesită montări-demontări repetate. De obicei, prin pene se realizează legătura dintre arbori și butuci.

Cu aceste elemente se pot realiza asamblări simple, relativ precise, cu gabarit redus, ieftine și cu montare-demontare rapidă. Dintre principalele dezavantaje ale asamblărilor cu pene se menționează: introducerea unor concentratori de tensiune periculoși atît în arbore cît și în butuc, datorită variației bruște a secțiunii în zona de montaj, deformării pieselor asamblate prin baterea penei înclinate. Aceste neajunsuri le limitează domeniul de aplicare în construcția unor mașini moderne, de mare putere și turație.

Clasificarea penelor și a știfturilor are la bază următoarele criterii:

— *poziția* penei în raport cu elementele asamblate, care împarte penele în *transversale* (fig. 9.1, *a*, *b*) și în *longitudinale* (fig. 9.1, *c*—*i*);

— *rolul funcțional* le grupează în: *organe de fixare* sau *solidarizare* a elementelor asamblate, de *reglare* sau de *ghidare*.

Penele și știfturile *longitudinale* se montează cu axa longitudinală paralelă cu axa comună a pieselor împănate (asamblate) (fig. 9.1, *c*—*i*).

Penele și știfturile *transversale* se asamblează cu axa longitudinală perpendiculară pe axa comună a pieselor (fig. 9.1, *a*, *b*).

Principalele forme geometrice ale penelor sînt indicate în figura 9.1.

Materiale și indicații constructive de bază. Oțelul OL 50 tras la rece, cu secțiunea dreptunghiulară sau pătrată este preferat.

Știfturile de siguranță se execută din oțeluri mai puțin rezistente, ca: OL 32, OL 37, OL 42.

Tehnologia modernă a început să utilizeze materiale plastice (policlorura de vinil) pentru executarea penelor. Acest material se poate turna direct în canalele de pană practicate în zona împănării.

Penele și știfturile transversale se construiesc cu conicitate sau cu o înclinare 1 : 50...1 : 100. Această înclinare este necesară pentru a asigura împănarea prin autoblocarea elementelor supuse asamblării, fără a recurge la alte elemente constructive suplimentare.

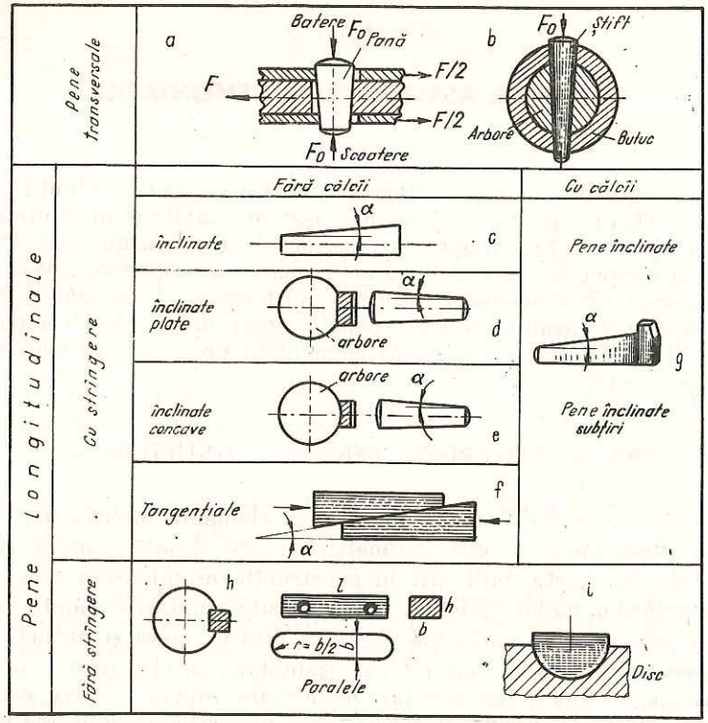


Fig. 9.1. Principalele forme constructive de pene și reprezentarea lor schematică.

9.1.1. Asamblări cu pene și cu știfturi transversale

Asamblările cu pene transversale (fig. 9.1, *a*) se utilizează la montarea unor piese cilindrice. Asamblările cu aceste tipuri de pene pot fi ușor și rapid demontate. Execuția acestui tip de pană și a canalelor în care se montează este mai costisitoare, ceea ce le face mai puțin utilizabile decît știfturile transversale.

Asamblările cu știfturi transversale pot îndeplini aceeași funcție ca și penele transversale, dar cu aceeași formă constructivă, pot fi utilizate și pentru asamblări longitudinale (fig. 9.2, *i*, *j*). Unele știfturi au o asemenea formă constructivă încît montarea și demontarea lor repetată nu este posibilă fără deteriorare (fig. 9.2, *b*, *d*, *g*).

Penele transversale și știfturile conice se montează prin batere cu ciocanul sau prin presare. Capetele lor sînt racordate pentru a nu se strivi în zona de contact. După batere, în perioada de serviciu a pieselor asamblate, penele sau știfturile trebuie să nu se demonteze de la sine, adică trebuie să rămînă *autoblocate*, panta fiind foarte mică ($1 : 50 - 1 : 100$), deci $\alpha = 30' \ldots 1°$.

Asigurarea autoblocării este satisfăcută construind pene cu o față înclinată cu panta $\operatorname{tg} \alpha = 1/25$; deci $\alpha = 2°$. Pentru penele cu două fețe înclinate, panta este $\operatorname{tg} \alpha = 1/50 \ldots 1/100$; deci $\alpha \simeq 1° \ldots 30'$.

În cazul penelor de reglare, dimpotrivă, nu trebuie să se producă autoblocarea. Practic, se ia $\alpha = 5° \ldots 10°$.

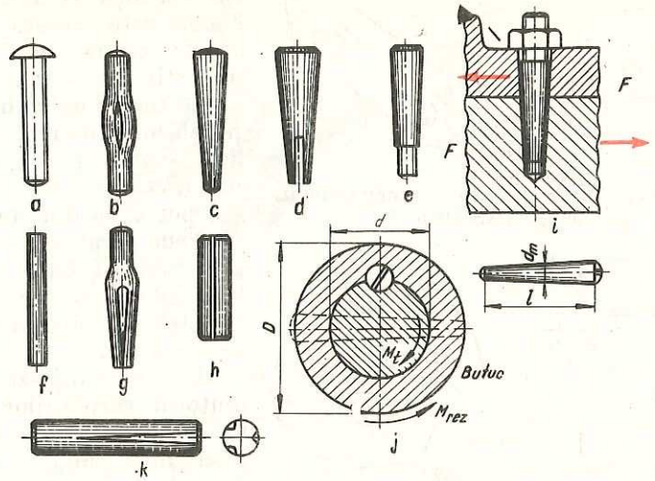


Fig. 9.2. Diverse forme constructive de știfturi.

Știfturile transversale pot avea o secțiune de forfecare (fig. 9.2, *i*), două secțiuni de forfecare (poziția punctată din fig. 9.2, *j*) sau mai multe secțiuni de forfecare.

9.1.2. Asamblări cu pene sau cu știfturi longitudinale

Penele și știfturile longitudinale sînt cele mai utilizate în construcția de mașini și aparate. Aceste elemente se montează în zona împănării astfel încît în timpul funcționării axa lor longitudinală rămîne paralelă cu axa comună a pieselor asamblate (fig. 9.1, *c*—*i*; fig. 9.3).

Domeniul de utilizare este foarte variat. Se utilizează în construcția de mașini și aparate, la fixarea oricărui tip de butuc pe arbori, la fixarea roților, volanților, tamburelor de frînă, cuplajelor etc.

Pene longitudinale înclinate. Pene longitudinale de strîngere și de fixare sau pene înclinate se numesc cele cu fața superioară înclinată cu unghiul α, astfel încît $\operatorname{tg} \alpha = 1/100$, ceea ce satisface condiția autoblocării. Aceste pene se montează cu partea neînclinată pe arbore. Canalul din butuc are formă înclinată la fel ca pana. Fixarea are loc prin baterea forțată a penei în locașul dintre elementele supuse asamblării, avînd efect rapid de împănare. Cînd lungimea penei l este egală cu lungimea canalului, împănarea se produce prin presarea butucului (fig. 9.3).

Transmiterea efortului de la arbore la butuc, deci la roată, se face prin contactul radial dintre fețele neparalele ale penei cu arborele și butucul, contact realizat prin baterea penei sau prin

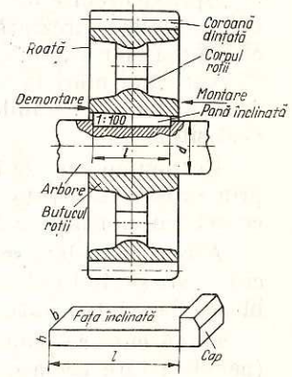


Fig. 9.3. Asamblarea cu pană longitudinală.

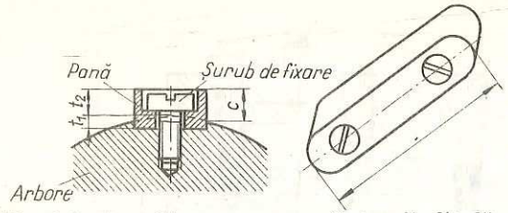


Fig. 9.4. Asamblarea cu pană longitudinală paralelă, STAS 1006-71.

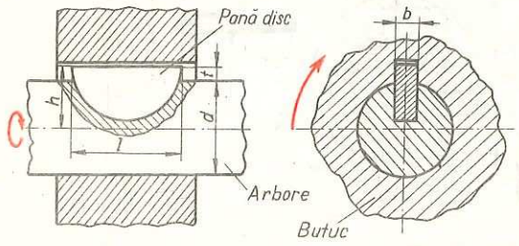


Fig. 9.5. Asamblarea cu pană-disc, STAS 1012-77.

baterea roții. În acest caz, asamblarea este supusă la strivirea zonelor de contact arbore-pană, respectiv pană-butuc.

Ştifturi longitudinale. Ca și penele longitudinale, ştifturile pot fi înclinate (fig. 9.2, *c*, *d*, *e*, *i*, *j*), cilindrice (fig. 9.2, *a*, *f*, *h*, *k*) sau pot avea diferite alte forme.

Pene paralele. Penele paralele (fig. 9.4) au feţele opuse paralele. Efortul se transmite numai pe feţele laterale fără efect radial de împănare.

Uneori, se fixează pe arbore cu ajutorul şuruburilor (fig. 9.5). Cînd este necesară transmiterea unei forţe mai mari se folosesc două sau trei pene, montate pe arbore în acelaşi plan şi decalate cu 120°. Lungimea aproximativă a penei este $l \approx (1{,}1 \ldots 1{,}3)\ d$, în care d reprezintă diametrul arborelui.

Pene-disc. Penele-disc se folosesc la îmbinări cu arbori avînd diametrul $d < 40$ mm şi se montează după cum se indică în figura 9.5.

9.2. ASAMBLĂRI PRIN CANELURI

Arborele, respectiv butucul canelat, poate fi considerat ca fiind o piesă monobloc cu pene longitudinale multiple (fig. 9.6). Astfel, asamblarea prin caneluri nu necesită elemente intermediare.

Spre deosebire de asamblările cu pene longitudinale, cele cu arbori şi butuci canelaţi prezintă următoarele avantaje: asigură o centrare mai precisă a pieselor asamblate fără deformarea prin ovalizare a butucului; transmit eforturi mai mari la aceeaşi dimensiune a arborelui; presiunea de contact şi concentrarea tensiunilor sînt mai reduse. Execuţia canelurilor este, însă, mai costisitoare.

Butucii cu care se îmbină au profilul identic în interior, dar sînt executaţi prin broşare sau prin mortezare pe o suprafaţă cilindrică interioară, în timp ce arborii canelaţi se execută prin frezare (fig. 9.6).

Arborii canelaţi se folosesc pentru transmiterea unor momente de răsucire mari şi cînd este necesară deplasarea axială relativă dintre piesele asamblate, deci între butuc şi arbore chiar în funcţionarea de regim.

După cum se poate urmări în figură, numărul canelurilor şi al plinurilor (penelor) este acelaşi, făcînd corp comun cu arborele. Se construiesc arbori cu un număr z de: 4, 6, 8, 10, 16, 20 caneluri, uniform repartizate pentru a realiza cu butucul canelat profiluri transversale conjugate.

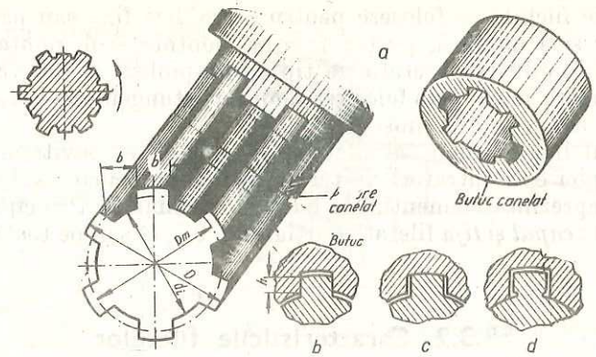


Fig. 9.6. Piese canelate:
a — profiluri canelate; *b* — cu centrare laterală; *c* — cu centrare exterioară; *d* — cu centrare interioară.

Profilul canelurilor poate fi *dreptunghiular*, *evolventic*, *trapezoidal*, *rotund* sau *triunghiular* (zimţat).

După caracterul centrării se deosebesc asamblări cu centrare *laterală* (fig. 9.6, *b*), cu centrare *exterioară* (fig. 9.6, *c*), sau cu centrare *interioară* (fig. 9.6, *d*).

Arborele (butucul) canelat cu diametrul interior $d = 36$ mm şi diametrul exterior $D = 40$ mm, cu 8 caneluri se notează astfel:

Arbore canelat 8 × 36 × 40 STAS 1768-86

9.3. ASAMBLĂRI FILETATE

9.3.1. Elemente de bază ale asamblării cu piese filetate

Cele mai răspîndite asamblări demontabile sînt alcătuite din elemente filetate. Mai mult de jumătate din totalul pieselor folosite în construcţia de maşini şi aparate sînt filetate. În general, o asamblare filetată cuprinde următoarele părţi principale (fig. 9.7): *şurubul 1* avînd o parte filetată, *piuliţa 2* cu filet interior pentru cuprinderea părţii filetate a şurubului, *şaiba de protecţie 3*, elementul de *siguranţă 4* împotriva deşurubării, piesele supuse îmbinării *5* şi uneori elementele de siguranţă *6* împotriva deplasării pieselor.

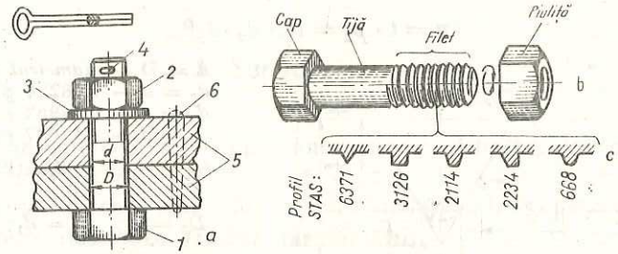


Fig. 9.7. Elementele asamblării cu piese filetate:
a — elementele asamblării: *1* — şurub; *2* — piuliţă; *3* — şaibă; *4*, *6* — elementele de siguranţă; *5* — elementele asamblate; *b* — elementele şurubului; *c* — forma profilului filetului.

Elementele filetate se folosesc pentru asamblări fixe sau pentru transmiterea forțelor și a mișcării, putînd fi ușor montate și demontate fără utilaj special. Prin asamblarea filetată de tip șurub-piuliță se pot transmite forțe axiale de strîngere mari; prin folosirea unor forțe tangențiale reduse, se permite transmiterea sau reglarea mișcării.

Principalul inconvenient al filetelor îl constituie inevitabila introducere a unor puternici concentratori de tensiuni în zona solicitată.

Șurubul reprezintă elementul de bază al asamblării. Principalele părți ale șurubului sînt: *capul* și *tija* filetată parțial (fig. 9.7, *b*) sau pe toată lungimea sa.

9.3.2. Caracteristicile filetelor

Filetul constituie partea principală a unei piese filetate. El este o nervură elicoidală pe o suprafață cilindrică sau conică, la exterior, în cazul șurubului, și la interior, în cazul piuliței. Uneori filetul poate avea forma unei spirale pe o suprafață plană.

Elementele filetului. În funcție de lungimea zonei filetate, filetul se înfășoară de un număr de ori pe suprafața respectivă. În cele ce urmează se fac referiri numai la filetele executate pe suprafețe cilindrice ca cele mai folosite.

Spira filetului este reprezentată printr-o singură înfășurare a elicei pe suprafața respectivă, în timp ce filetul este format din totalitatea spirelor. Principala caracteristică a spirei o constituie forma sa geometrică într-un plan ce trece prin axa longitudinală a filetului (fig. 9.7, *c*). Această formă se numește profil și poate fi: triunghiular, pătrat, trapezoidal, ferăstrău și rotund. Pentru asigurarea înșurubării și a interschimbabilității, profilul trebuie să fie uniform pe întreaga lungime a filetului.

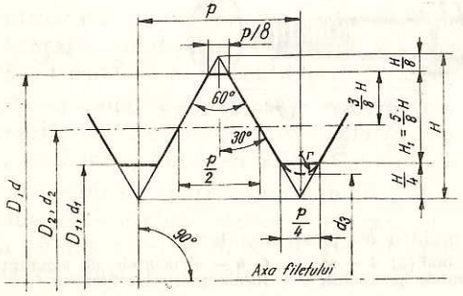
Elementele geometrice corespunzătoare fiecărui profil de filet sînt standardizate. De exemplu, elementele geometrice principale ale filetului metric normal sînt indicate pe figura 9.8, atît pentru șurub cît și pentru piuliță.

Pasul filetului este distanța măsurată pe o paralelă la axa șurubului între două puncte consecutive ale aceleiași elice (fig. 9.8 și 9.9).

Desfășurîndu-se elicea cilindrică corespunzătoare diametrului mediu d_2 se obține *unghiul de înclinare al spirei* β_m (fig. 9.9).

Filetul poate fi construit cu $t = 1-2-4-6$ începuturi, care reprezintă înfășurarea paralelă a t elice. Mărimea filetului depinde de diametrul cilindrului de înfășurare d_2, de unghiul de înclinare al spirei β_m și de numărul pasurilor aparente p_a (fig. 9.9), care este același cu numărul de începuturi t:

$$p = t \cdot p_a = t\pi \cdot d_2 \cdot tg\beta_m .$$



$d = D =$ *diametrul nominal*;
$d_1 = d - 1{,}08254\ p$;
$d_2 = d - 0{,}64952\ p$;
$d_3 = d - 1{,}22687\ p$;
$H_1 = \frac{5}{8}H = 0{,}54127\ p$;
$D_2 = d_2;\ D_1 = d_1;\ r = \frac{H}{6}$.

Fig. 9.8. Elementele geometrice de bază ale filetului metric — după STAS 6371-73.

La filetul cu o singură spiră corespunde $p_a = p$, deci

$$p = \pi \cdot d_2 \cdot \mathrm{tg}\beta_m. \quad (9.1)$$

Unghiul de înclinare a spirei filetului β_m variază în funcție de diametrul adoptat d_2; rezultă

$$\boxed{\mathrm{tg}\beta_m = \frac{p}{\pi d_2}.} \quad (9.2)$$

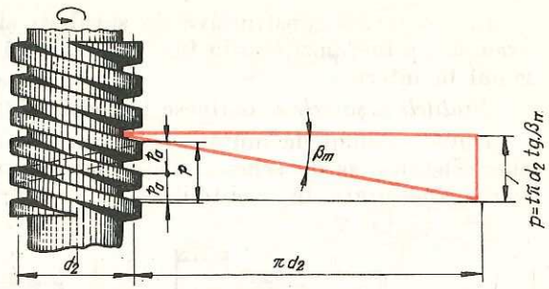


Fig. 9.9. Elicea cilindrică a filetului desfășurat.

Unghiul β poate fi exterior (β_e), mediu (β_m) sau interior (β_i). De regulă, în calcule se consideră β_m. Cînd se execută piese filetate cu t începuturi, se consideră pasul real al șurubului definit mai sus $p = tp_a$.

Unghiul $\alpha/2$ al profilului este format de flancul spirei și o perpendiculară pe axa de rotație. Acest unghi se confundă cu semiunghiul flancurilor spirei cu profil simetric.

Înălțimea filetului metric normal al șurubului h și al piuliței H este distanța dintre vîrful și fundul filetului $H = 0{,}86603\ p$ (fig. 9.8).

Înălțimea utilă sau de lucru a filetului metric normal notată H_1 reprezintă înălțimea zonei de contact și are mărimea $H_1 = \frac{5}{8}H$.

În secțiunea transversală spira filetului poate avea una din formele: triunghiulară, pătrată, trapezoidală, dinte de ferăstrău sau rotundă (fig. 9.7, *c*).

Asamblările pot fi:

— cu diferite tipuri de șuruburi și piulițe;
— cu șuruburi fără piuliță;
— cu șuruburi prezon și piulițe;
— direct prin piese filetate (fără șuruburi și fără piulițe).

În standarde se dau toate indicațiile privind profilul filetului și elementele sale geometrice.

Toleranțele filetelor se stabilesc astfel încît să asigure interschimbabilitatea șuruburilor și a piulițelor și să mențină rezistența în limite admisibile. Adoptîndu-se diferențiat toleranțele diametrului mediu $d_2(D_2)$, se stabilesc trei clase de precizie diferite. În general, toleranțele trebuie să corespundă ajustajului alunecător.

9.3.3. Șuruburi și piulițe

Șuruburile sînt cele mai importante și mai utilizate elemente ale asamblărilor cu piese filetate.

După scopul în care sînt folosite, șuruburile pot fi grupate în:

— șuruburi destinate *fixării* (asamblării);
— șuruburi pentru asigurarea *etanșării* asamblărilor;
— șuruburi de *transmitere a mișcării;*
— șuruburi de *reglare*;
— șuruburi pentru *măsurare.*

Cîteva forme constructive de șuruburi sînt ilustrate în figura 9.10. De exemplu, prima poziție din figură reprezintă un șurub cu cap cilindric hexagonal în interior.

Piulițele și șaibele se definesc în special după forma constructivă (fig. 9.11).

După sistemul de unități de măsură a unității de lungime a dimensiunilor filetului, se deosebesc: filete metrice (măsurate în mm) și filete Withworth (măsurate în inci-țoli).

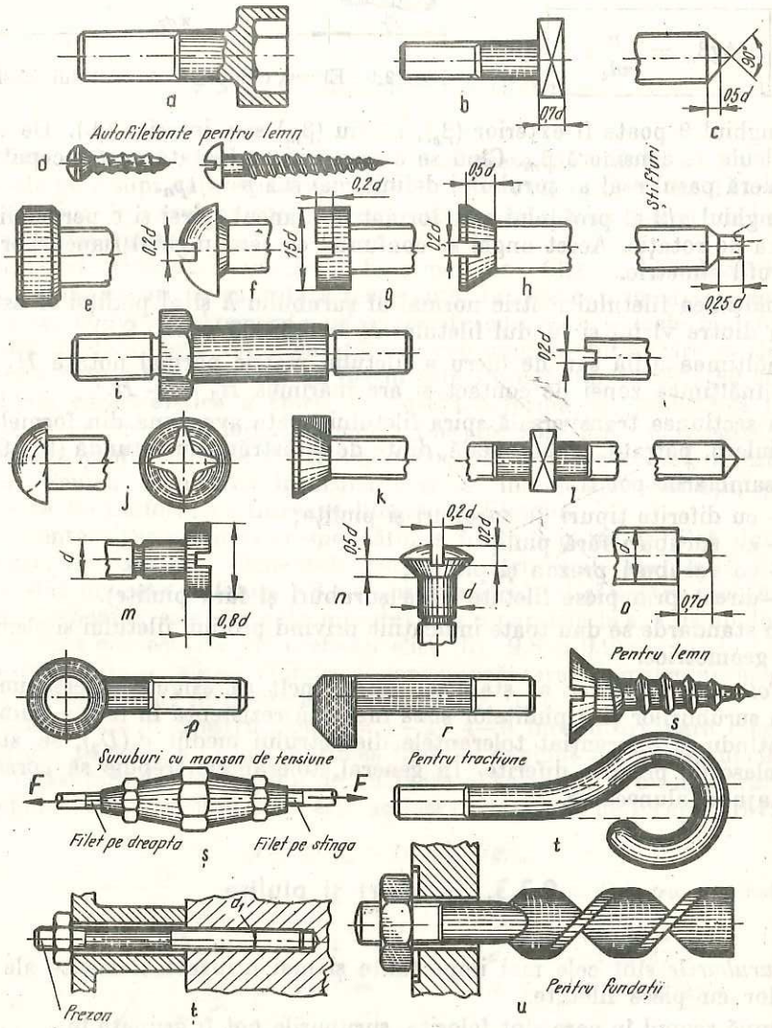


Fig. 9.10. Diferite forme constructive de șuruburi:
a — cu locaș hexagonal; *b* — cu cap dreptunghiular; *c* — vîrfuri și capete de știfturi filetate; *d* — autofiletante cu cap bombat pentru lemn; *e* — cu cap striat; *f* — cu gît și cap bombat; *g* — cu cap cilindric; *h* — cu cap înecat; *i* — șurub special dublu filetat dreapta-stînga și cu guler hexagonal; *j* — cu locaș stelat; *k* — cu cap înecat cu nas; *l* — dublu filetat și cu guler pătrat; *m* — cu canal de siguranță; *n* — cu cap semiînecat și cu canal de siguranță; *o* — cu cap pătrat mic; *p* — cu ochi; *r* — cu cap pătrat excentric; *s* — autofiletant cu cap înecat obișnuit; *ș* — șuruburi cu manșon de tensiune; *t* — cu inel de tracțiune; *ț* — prezon; *u* — cu tija dreptunghiulară răsucită pentru fundații.

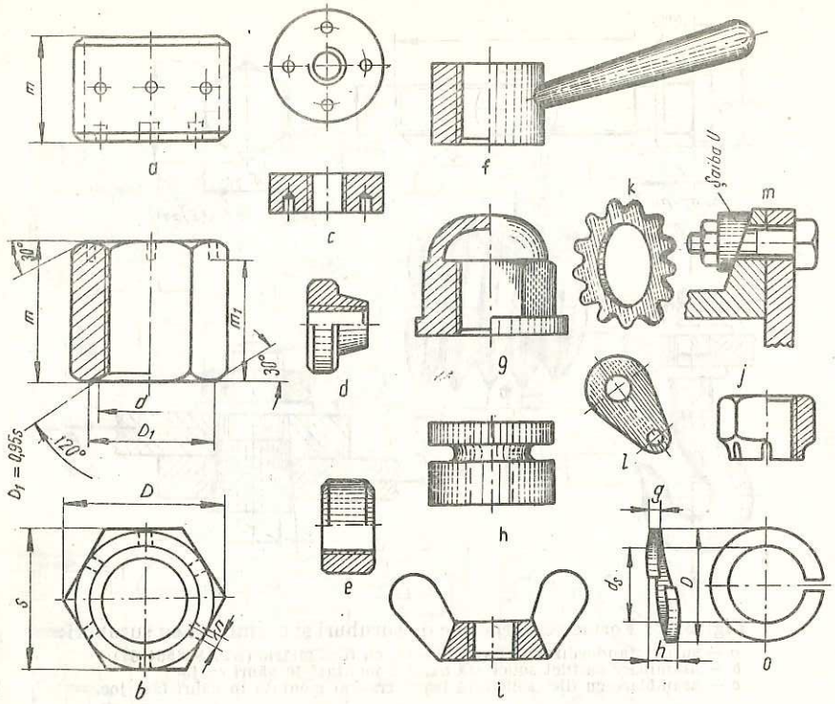


Fig. 9.11. Diferite forme constructive de piulițe:
a — cilindrică cu găuri radiale; *b* — hexagonală înaltă; *c* — cilindrică cu găuri frontale de strîngere; *d* — cilindrică striată și cu gît; *e* — cilindrică striată; *f* — cu mîner; *g* — înfundată; *h* — cilindrică zimțată și cu canal de siguranță; *i* — fluture; *j* — crenelată; *k*, *l*, *m*, *o* — diferite forme constructive pentru șaibe de protecție sau de siguranță.

Între diametrul tijei șurubului și al găurii pieselor montate se lasă un mic joc de 0,2—0,6 mm (STAS 3336-81) (fig. 9.12, *b*), după cum asamblarea face parte din seria fină, mijlocie sau grosolană.

Cînd se montează în găuri fără joc, șuruburile se execută cu precizie corespunzătoare pentru găuri cilindrice sau conice cu o înclinare a generatoarei de $\frac{1}{10} \cdots \frac{1}{20}$ (fig. 9.12, *c*). Aceste șuruburi sînt solicitate la forfecare.

9.3.4. Materiale

Principalele materiale folosite în mod obișnuit în construcția șuruburilor, piulițelor și accesoriilor sînt indicate în standardele respective.

Șuruburile brute se execută din OL 37 (oțel hexagonal laminat la cald STAS 7828-78). Cele prelucrate avînd capul hexagonal, pătrat sau rotund se execută din OL 50, OLC 35 sau OLC 45. Șuruburile puternic solicitate și cele supuse la sarcini variabile se pot executa din oțeluri de îmbunătățire și din oțeluri speciale (aliate cu Cr—M_o—V—Ni). Unele șuruburi, ca cele de tîmplărie, se execută din lemn, altele din materiale plastice, aliaje neferoase (alamă) etc.

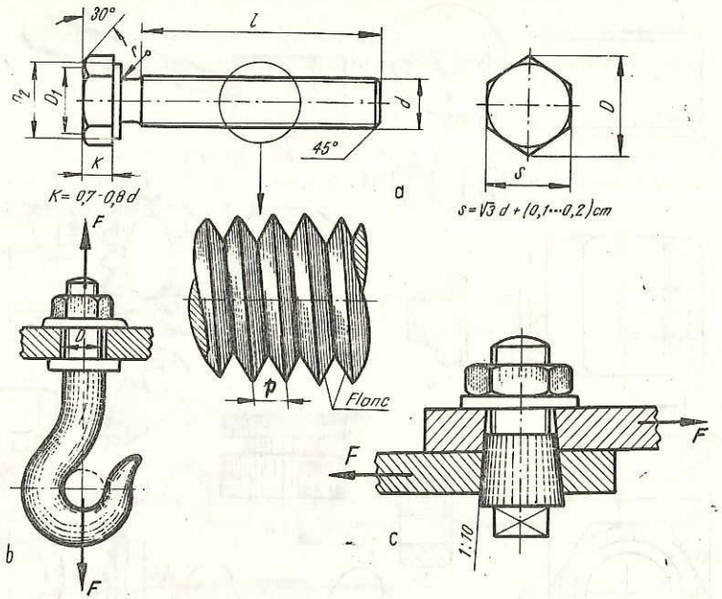


Fig. 9.12. Forme constructive de şuruburi şi asamblări cu şuruburi:
a — şurub standardizat (STAS 4845-70) cu filet metric (STAS 6564-67);
b — asamblare cu filet solicitată axial şi montată în găuri cu joc;
c — asamblare cu filet solicitată transversal şi montată în găuri fără joc.

Piuliţele se execută, în primul rînd, din oţel special pentru piuliţe denumit *oţel fosforos laminat la cald*, ca şi din oţel carbon obişnuit: OL 37 (oţel lat pentru piuliţe STAS 5169-80), OL 50, OL 60, sau oţel carbon de calitate — OLC 45. De observat că şuruburile din oţeluri aliate sînt mai sensibile la oboseală şi la concentrarea tensiunilor decît cele din oţel carbon obişnuit sau decît cele din oţeluri carbon de calitate tratate termic.

9.3.5. Măsuri suplimentare împotriva autodeşurubării

La asamblările cu şuruburi de fixare, autodeşurubarea poate avea loc în condiţiile funcţionării în regim, de şocuri şi vibraţii etc. Cînd eventuala autodeşurubare ar produce distrugerea asamblării sau scoaterea din funcţionare a mecanismului, se iau măsuri constructive suplimentare împotriva deşurubării.

În prezent, se foloseşte o gamă variată de elemente constructive şi sisteme de siguranţă (fig. 9.13) printre care:

— mijloace de asigurare a piuliţei împotriva deşurubării (fig. 9.13, *a*);
— mijloace de asigurare a şurubului împotriva deşurubării (fig. 9.13, *b*);
— mijloace de asigurare a şurubului şi a piuliţei împotriva deşurubării (fig. 9.13, *c*);
— diferite inserţii introduse între spire.

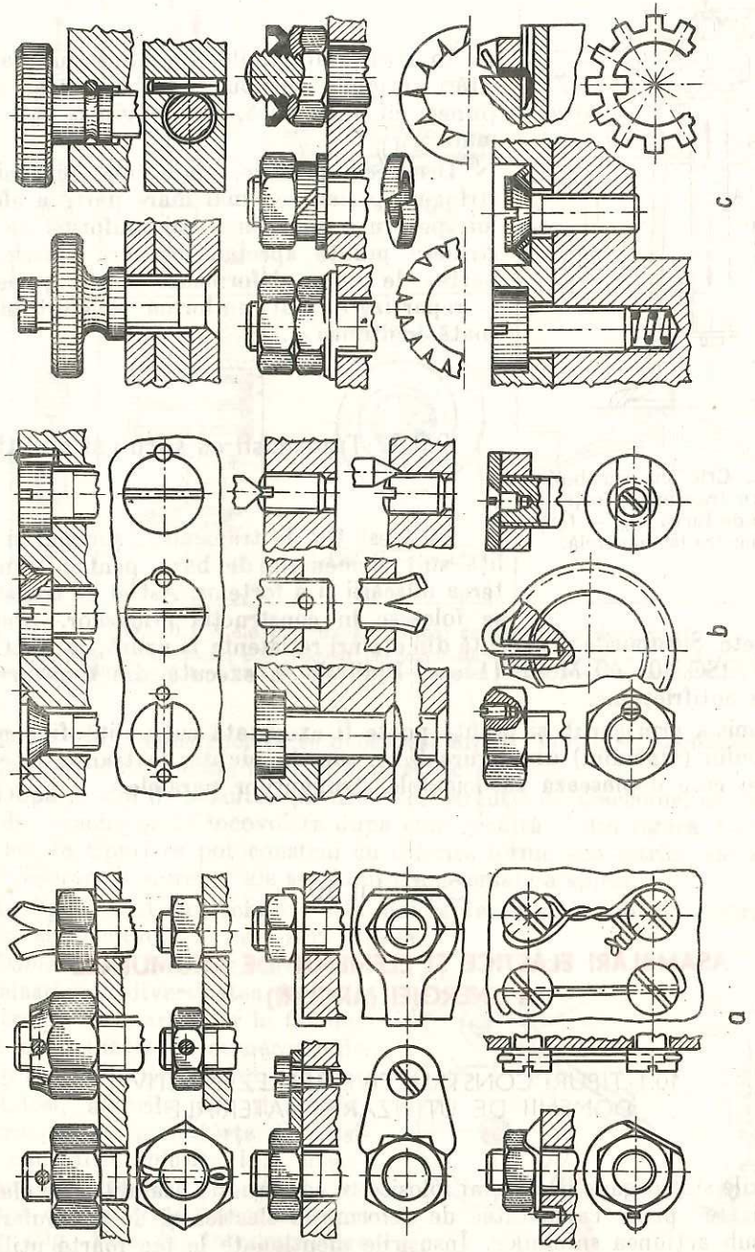


Fig. 9.13. Sisteme şi elemente de asigurare împotriva deşurubării:
a — asigurarea piuliţei; *b* — asigurarea şurubului; *c* — asigurarea şurubului şi a piuliţei.

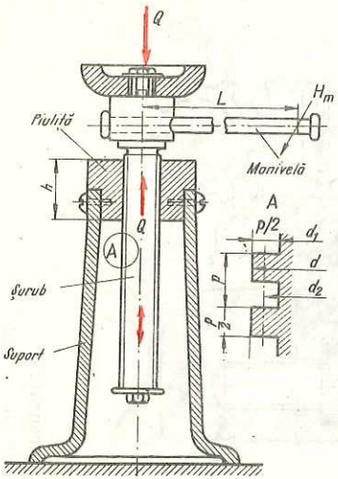


Fig. 9.14. Cric cu șurub-piuliță pentru transmisia forțelor: Q — forța de lucru; Q_m — forța de acționare la manivelă.

9.3.6. Șuruburi și piulițe speciale

În cazul asamblărilor filetate supuse la solicitări variabile, șuruburile trebuie să aibă secțiunea cît mai mică, iar lungimea cît mai mare.

Deoarece primele spire ale piuliței de strîngere preiau cea mai mare parte a efortului, pentru o solicitare mai uniformă se construiesc piulițe speciale, la care spirele din partea de jos se deformează elastic și permit o repartizare mai uniformă a efortului pe toată înălțimea h.

9.3.7. Transmisii cu șurub și piuliță

La acest tip de transmisii, șurubul și piulița sînt elementele de bază pentru transmiterea mișcării și a forțelor. Astfel de transmisii se folosesc în construcția cricurilor, preselor cu șurub etc. Șuruburile se execută din oțeluri rezistente la uzură, ca: OLC 45; OLC 50; OSC 10; 40 MoCr 11 etc. Piulițele se execută din bronzuri sau din fonte antifricțiune.

Transmisia prin șurub și piuliță poate fi executată cu piuliță fixă ca în cazul cricului (vinciului) din figura 9.14, sau cu piuliță de translație ca în cazul celei care deplasează cărucioarele strungurilor paralele.

Capitolul 10

ASAMBLĂRI ELASTICE ȘI ELEMENTE DE ACUMULARE A ENERGIEI (ARCURI)

10.1. TIPURI CONSTRUCTIVE REPREZENTATIVE. DOMENII DE UTILIZARE. MATERIALE

Arcurile sînt organe de mașini folosite în construcția asamblărilor elastice caracterizate prin capacitatea de deformație elastică și de acumulare de energie sub acțiunea sarcinilor. Însușirile menționate le fac foarte utilizate în construcția de mașini și aparate.

Tipuri constructive reprezentative. Arcurile au diferite forme constructive în funcție de rolul funcțional și solicitările principale la care sînt supuse.

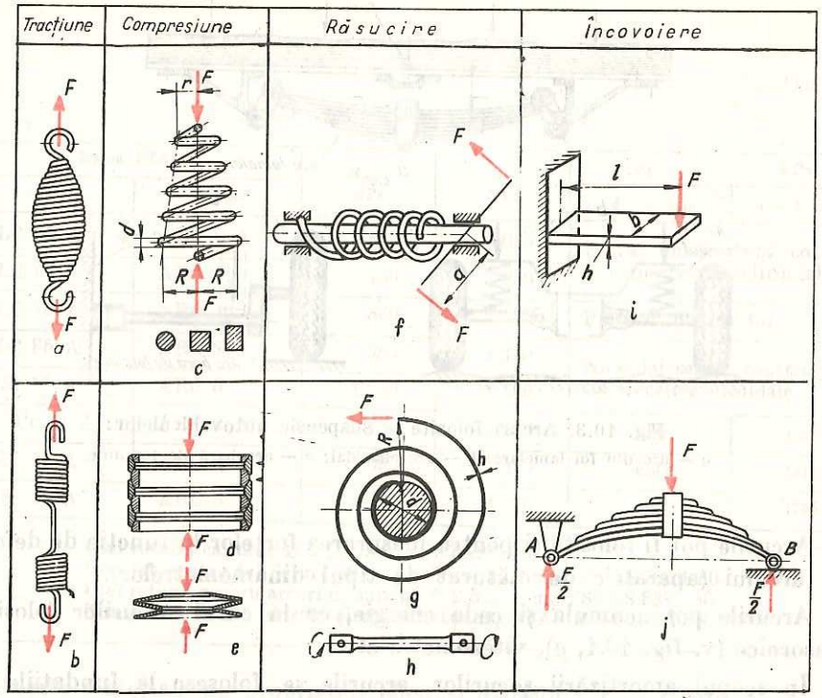


Fig. 10.1. Cele mai uzuale tipuri constructive de arcuri:
a, b — elicoidale de tracțiune; *c* — elicoidal de compresiune; *d* — inelar; *e* — disc; *f* — elicoidal de torsiune; *g* — spiral plan; *h* — bară de torsiune; *i* — lamelar simplu; *j* — lamelar dublu cu foi multiple.

După forma constructivă, se deosebesc arcuri: lamelare, elicoidale, spirale, plane, bare de torsiune, inelare, arcuri-disc etc.

După modul de solicitare, se deosebesc arcuri: de tracțiune, de compresiune, de răsucire și de încovoiere după cum rezultă și din figura 10.1. Fiecare din aceste tipuri se pot construi cu diferite forme geometrice ale suprafeței de înfășurare a spirei și ale secțiunii transversale a spirei.

În figura 10.1 sînt schițate cele mai reprezentative tipuri constructive de arcuri și solicitările la care sînt supuse.

Domenii de utilizare. Proprietățile elastice și diversitatea formelor constructive ale arcurilor le fac deosebit de utilizate în numeroase domenii și în diferite scopuri.

Astfel, arcurile pot fi folosite pentru crearea unor forțe de presiune constantă folosite la: mecanisme cu clichet (fig. 10.2, *a*), supape de siguranță, mecanisme cu came (fig. 10.2, *b*), întrerupătoare electrice, mecanisme de blocare la echilibrarea forțelor gravitaționale și în alte scopuri.

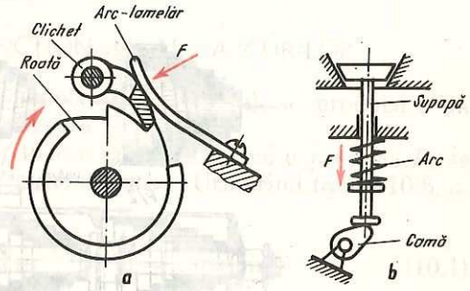


Fig. 10.2. Arcuri pentru crearea unei forțe de presiune constantă:
a — la mecanisme cu clichet; *b* — la mecanisme cu came.

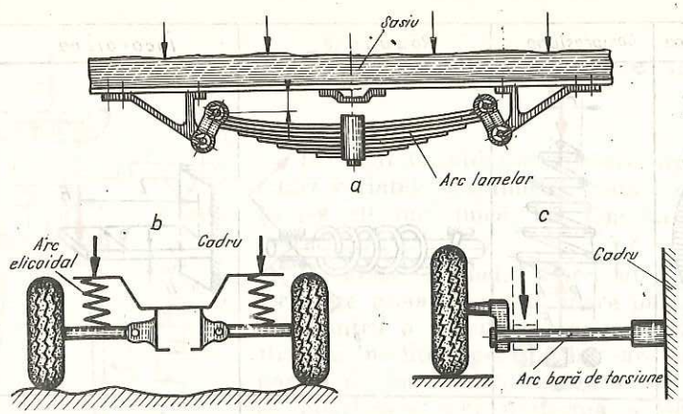


Fig. 10.3. Arcuri folosite la suspensia autovehiculelor:
a — arc din foi lamelare; *b* — arc elicoidal; *c* — arc bară de torsiune.

Arcurile pot fi folosite și pentru măsurarea forțelor în funcție de deformația arcului (aparatele de măsurat de tipul dinamometrelor).

Arcurile pot acumula și ceda energie, ca în cazul arcurilor folosite la ceasornice (v. fig. 10.1, *g*), vitezometre etc.

În scopul amortizării șocurilor, arcurile se folosesc la fundațiile unor mașini (ciocane și piese puternice din atelierele de forjă), la suspensiile mașinilor rutiere (fig. 10.3), la tampoanele materialului rulant (fig. 10.4).

Materialele folosite în construcția arcurilor trebuie să asigure acumularea unei cantități cît mai mare de energie pe unitatea de volum.

Oțelurile românești sînt simbolizate astfel: *ARC 1*, *ARC 2*, . . ., *ARC 13* (STAS 795-80). Aceste oțeluri au proprietăți elastice, superioare și stabile în timp (tab. 10.1), avînd $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa și $G = (8 \ldots 8{,}5) \cdot 10^4$ MPa.

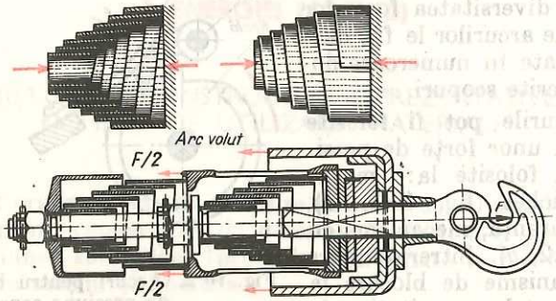


Fig. 10.4. Dispozitivul cîrligului de tracțiune feroviară cu serie de două arcuri (volute) pentru amortizarea energiei de șoc.

TABELUL 10.1

Oțeluri pentru arcuri STAS 795-80

Marca STAS.		$R_{r0,2}$ MPa	R_m MPa	τ_{at} MPa	
795-80	795-80			$d < 8$ mm	$d > 8$ mm
OLC 55 A	ARC 6 A	880	1 080	Nu se folosesc la construcția arcurilor elicoidale	
OLC 65 A	ARC 6	780	980		
OLC 75 A	ARC 10	880	1 080	Preferat pentru foi	
OLC 85 A	ARC 7	980	1 130	Nu se folosesc la construcția arcurilor elicoidale	
51Si 17 A	ARC 5	1 030	1 180		
51VCr 11 A	ARC 2 A	1 180	1 320	680	650
56Si 17 A	ARC 4	1 080	1 270	630	500
60Si 15 A	ARC 3	1 270	1 470	680	600

Oțel rotund calibrat Ø 1 ... 75 mm, STAS 1800-80
Oțel lat pentru foi de arc 30 × 4...150 × 14,5 mm, STAS 3020-80
Oțel rotund pentru arcuri de supapă Ø 2,5 ... 6 mm, STAS 8371-80
Sîrmă lată, sîrmă pătrată și sîrmă rotundă, STAS 892-80; STAS 893-80

Aceste materiale au proprietăți elastice deosebite și o limită de proporționalitate ridicată. Limita lor de curgere este superioară limitei de curgere a oțelurilor obișnuite. Dacă în cazul oțelului carbon obișnuit OL 37, raportul dintre limita de curgere $R_{r0,2}$ și cea de rupere R_m este 0,5, în cazul oțelului 56 Si 17 A acest raport depășește 0,85.

Printr-o tehnologie corectă și un tratament termic riguros, aceste oțeluri dau rezultate bune în construcția arcurilor, obținîndu-se proprietăți elastice superioare și o bună comportare la oboseală.

Cînd arcurilor li se impun și alte condiții speciale, cum sînt: rezistență la temperatură și coroziune, rezistență electrică, antimagnetism etc. toate acestea se vor lua în considerație la alegerea materialului.

10.2. CARACTERISTICI FUNCȚIONALE ALE ARCURILOR

Aplicînd forța F asupra unui arc lamelar (fig. 10.5, *a*), se produce o deformare de încovoiere măsurată prin săgeata f.

Reprezentîndu-se variația săgeții f în funcție de forța ce o produce F, se obține curba OB care reprezintă *caracteristica arcului*. Urmărind figura 10.5, *a*, se poate scrie raportul

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{f_1} = \frac{F_2}{f_2} = \ldots = \frac{F_n}{f_n} = C = \text{constant}. \qquad (10.1)$$

Acest raport poate avea valori mai mari sau mai mici după cum este de rigid arcul. Dacă tg α are o valoare mică, arcul este moale, elastic (curba *2*); dacă are o valoare mare, atunci arcul este mai rigid (curba *3*).

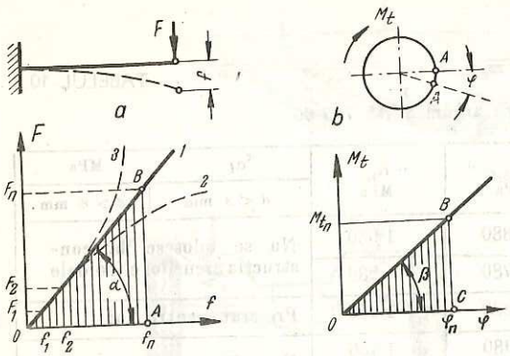


Fig. 10.5. Caracteristica arcurilor:
a — încovoiere; *b* — răsucire.

În cazul arcurilor supuse acțiunii unui moment de răsucire M_t, curba caracteristică are forma din figura 10.5, *b* rezultată prin reprezentarea expresiei corespunzătoare (10.2):

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{M_{t_1}}{\varphi_1} = \frac{M_{t_2}}{\varphi_2} = \ldots = \frac{M_{t_n}}{\varphi_n} = C_1 = \text{const}, \qquad (10.2)$$

φ_t fiind deplasarea unghiulară produsă de momentul M_{t_i}.

Lucrul mecanic de deformație. Arcul acumulează un lucru mecanic L reprezentat de suprafața haşurată din figura 10.5.

În cazul arcurilor solicitate în domeniul deformațiilor elastice, caracteristica arcului este o dreaptă, care reprezintă proporționalitatea între forța F și săgeata corespunzătoare f.

Expresia lucrului mecanic L pentru arcurile solicitate la încovoiere, tracțiune sau compresiune, reprezentată de suprafața triunghiului OAB (fig. 10.5, *a*), este

$$L = \frac{1}{2} Ff \quad [J]. \qquad (10.3)$$

În cazul arcurilor solicitate la răsucire, lucrul mecanic de deformație este reprezentat prin suprafața triunghiului OBC (fig. 10.5, *b*) și se calculează cu relația

$$L = \frac{1}{2} M_t \varphi \quad [J], \qquad (10.4)$$

φ fiind deplasarea unghiulară datorită lui M_t (fig. 10.5).

Rezultă că pentru orice tip de arc se poate determina valoarea lucrului mecanic înmagazinat între starea inițială (neîncărcată) și starea finală de deformație elastică corespunzătoare solicitării date.

Solicitările la care sînt supuse arcurile pot fi simple — de încovoiere sau de răsucire — sau compuse — de încovoiere și de răsucire.

10.3. TIPURI DE ARCURI

10.3.1. Arcuri lamelare

Arcurile în foi se folosesc fie ca arcuri lamelare simple (fig. 10.6, *a*, *b*), fie grupate sub forma de arcuri lamelare cu foi multiple, după cum se arată în pozițiile *i* și *j* din figura 10.1. Forma lamelei poate fi dreptunghiulară, triunghiulară, trapezoidală sau eliptică.

Arcuri lamelare dreptunghiulare. Tipul constructiv cel mai simplu îl reprezintă arcurile lamelare de secțiune constantă (fig. 10.6, *a*). Aceste arcuri

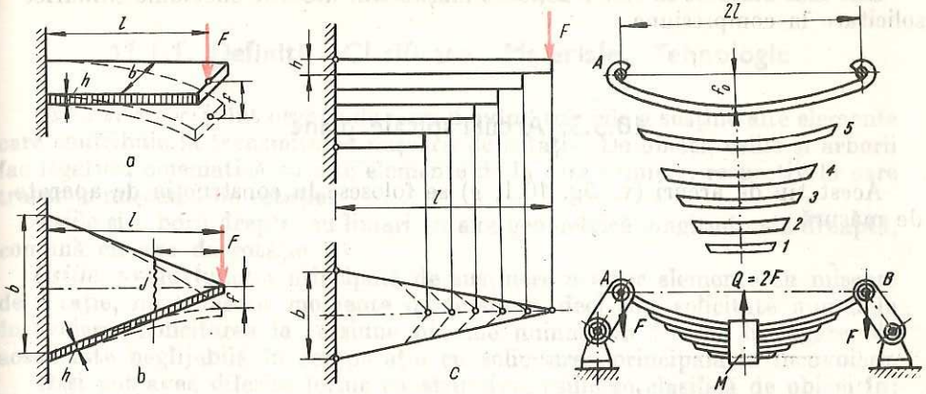


Fig. 10.6. Arcuri lamelare:
a, *b* — cu lamele simple; *c* — cu lamele multiple suprapuse; F = forța de încărcare.

Fig. 10.7. Arc lamelar dublu cu foi multiple utilizat în construcția autovehiculelor:
A și *B* — articulații; *1*...*5* — foile arcului.

au secțiunea transversală dreptunghiulară aleasă constructiv pe baza secțiunilor indicate în standarde (STAS 3020-80 și 909-80).

Arcuri lamelare triunghiulare. Utilizarea materialului poate fi îmbunătățită prin construcția arcurilor lamelare triunghiulare (fig. 10.6, *b*). În acest caz, materialul din care este executat arcul este cu mult mai bine utilizat.

Arcuri lamelare cu foi multiple. Pentru preluarea unor forțe mari se construiesc arcuri lamelare din foi multiple, ca în figura 10.6, *c*.

Arcuri lamelare duble. Arcurile lamelare duble, cu o singură foaie sau cu foi multiple legate solidar cu o brățară M (fig. 10.7) se construiesc, de obicei, în stare neîncărcată cu săgeată inițială $\pm f_0$. Destinația de bază a acestui tip de arcuri o constituie suspensia vehiculelor rutiere și de cale ferata.

10.3.2. Arcuri elicoidale

După caracterul solicitării se deosebesc arcuri elicoidale de tracțiune sau de compresiune (v. fig. 10.1, *a*, *b*, *c* și fig. 10.8) și arcuri elicoidale de torsiune (fig. 10.1, *f*). Secțiunea spirei (fig. 10.1, *c*) și suprafața de înfășurare a acesteia pot avea diferite forme (fig. 10.8).

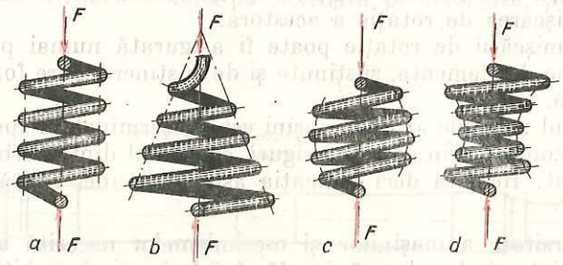


Fig. 10.8. Arcuri elicoidale:
a — cilindrice; *b* — conice; *c* — elipsoidale; *d* — paraboloidale.

Cele mai utilizate în construcția de mașini sînt arcurile elicoidale cilindrice solicitate la compresiune.

10.3.3. Arcuri spirale plane

Acest tip de arcuri (v. fig. 10.1, *g*) se folosesc în construcția de aparate de măsură.

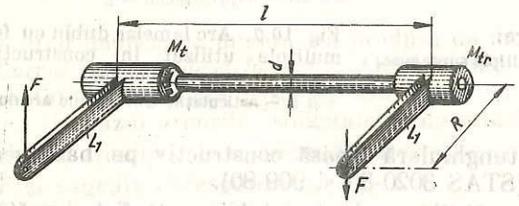


Fig. 10.9. Arc-bară de răsucire.

10.3.4. Arcuri-bară de răsucire

Arcurile din această categorie sînt solicitate în principal la răsucire și sînt utilizate la suspensiile autovehiculelor (fig. 10.9).

Capitolul 11

ORGANELE MIȘCĂRII DE ROTAȚIE

Din categoria organelor folosite pentru realizarea și asigurarea mișcării de rotație fac parte două categorii de organe de mașini:

— *osiile și arborii*, ca elemente *susținute*, avînd mișcare de rotație;

— *lagărele*, ca elemente de *susținere* și ghidare a osiilor sau a arborilor, care asigură mișcarea de rotație a acestora.

Realizarea mișcării de rotație poate fi asigurată numai prin ansamblul celor două grupe de elemente, susținute și de susținere, care formează o legătură cinematică.

Randamentul mecanic al unei mașini este determinat în special de calitatea și precizia zonelor prin care se asigură contactul dintre arbore sau osie și lagărul conjugat. Rezultă deci obligația asigurării unei calități deosebite a acestor piese.

Marea diversitate a mașinilor și mecanismelor necesită arbori și lagăre deosebit de variate, de la o bucșă simplă pînă la forme deosebit de complicate.

11.1.1. Definiții. Clasificare. Materiale. Tehnologie

Osiile și arborii **sînt organe de mașini avînd rolul de a susține alte elemente care contribuie la transmiterea mișcării de rotație. De obicei, osiile și arborii fac legătura cinematică cu alte elemente de la care primesc, respectiv la care transmit mișcarea de rotație.**

Osiile și arborii drepți sau liniari au axa geometrică longitudinală dreaptă, comună cu axa de rotație.

Osiile, **avînd funcția principală de susținere a altor elemente cu mișcare de rotație, nu transmit momente de torsiune, deci sînt solicitate numai la încovoiere. Solicitarea la torsiune provine numai din frecare în lagăre, de aceea este neglijabilă în comparație cu solicitarea principală la încovoiere.**

Deși pot avea diferite forme constructive, osiile se clasifică de obicei în: ***osii fixe***, **folosite ca reazeme pentru alte elemente care se rotesc liber pe ele, și** ***osii mobile***, **ce se rotesc în reazeme împreună cu celelalte elemente fixate pe ele.**

Forma constructivă și principalele părți ale unei osii obișnuite sînt indicate în figura 11.1.

Arborii, spre deosebire de osii, au funcția principală de transmitere a mișcării de rotație și a unui moment de răsucire. De obicei, arborii sînt solicitați atît la răsucire cît și la încovoiere. Deseori solicitarea principală este răsucirea.

Principalul criteriu de clasificare a arborilor drepți îl constituie deci tipul de solicitare la care sînt supuși. După acest criteriu există: *arbori de torsiune* — considerați solicitați numai la torsiune — sau în principal la torsiune, *arbori supuși la solicitări compuse* — la torsiune și la încovoiere.

Arborii cotiți (fig. 11.2, *a*) sau cei cu came (fig. 11.2, *b*) contribuie la transformarea mișcării de rotație în mișcare de translație.

Materiale. Principalul material din care se construiesc osiile și arborii este oțelul. Se folosesc, în special, următoarele mărci de oțel: OL 37, OL 42, OL 50, OL 60, OT 45, OT 50, OT 60, OLC 25, OLC 30, OLC 45. Se mai întrebuințează diferite mărci de oțeluri aliate, ca: AUT 40; 41 Cr 10; 41 MoCr 11; 13 CrNi 15 etc. Fontele de calitate superioară se utilizează cînd osiile sau arborii nu sînt puternic solicitați. Cînd sînt necesare alte proprietăți fizice se folosesc alte materiale metalice (alamă, bronz) sau nemetalice (textolit, materiale plastice etc.).

Indicații tehnologice. În mod obișnuit, arborii și osiile se execută prin strunjire. Se pornește de la profiluri laminate, care apoi se strunjesc pe toată lungimea. Zona de sprijin pe lagăre se prelucrează foarte îngrijit prin rectificare, șlefuire etc. Arborii se mai pot executa prin forjare, pornind tot de

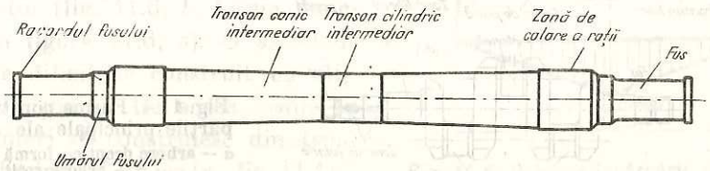


Fig. 11.1. Forma constructivă și părțile principale ale unei osii.

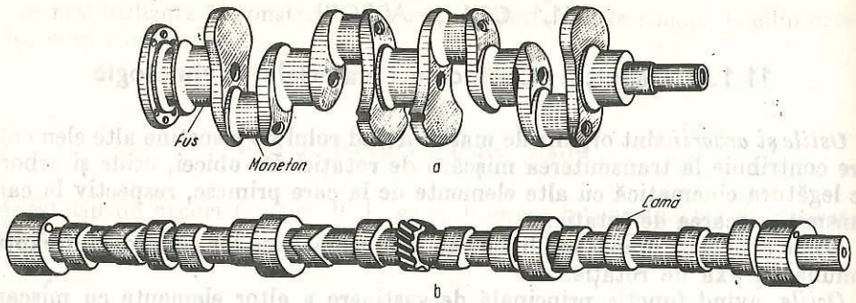


Fig. 11.2. Diverse forme de arbori:
a — arbore cotit; *b* — arbore cu came.

la semifabricate laminate. Operația de forjare pregătește semifabricatul în vederea prelucrării prin așchiere. Arborii și osiile de dimensiuni medii se execută prin turnare sau chiar prin sudare, apoi se supun prelucrărilor mecanice.

Aceste elemente se construiesc cu secțiunea plină sau cu secțiunea inelară (fig. 11.3). Cînd se construiesc cu secțiunea inelară, materialul este mai bine folosit.

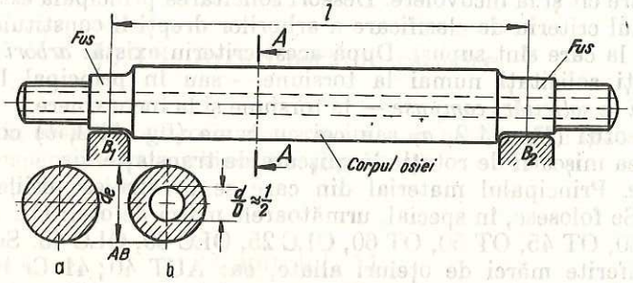


Fig. 11.3. Osie cilindrică:
***a* — cu secțiune plină; *b* — cu secțiune inelară.**

Secțiunea plină este însă mai utilizată, deoarece se execută mai ușor.

Părțile principale ale arborilor sînt: fusurile, zonele de *calare* și *tronsoanele intermediare* (fig. 11.4, *a*). În cazul arborilor cotiți (fig. 11.4, *b*) fusurile intermediare se numesc *manetoane*.

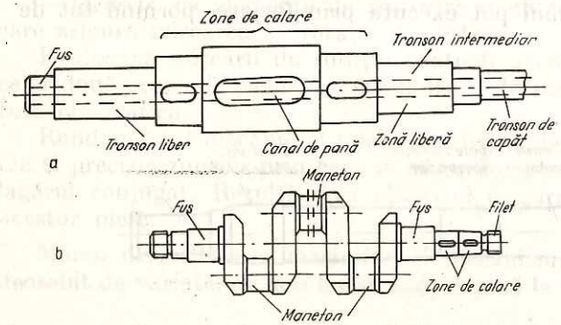


Fig. 11.4. Forme constructive și părțile principale ale arborilor:
a — arbore drept cu formă obișnuită;
b — arbore cotit.

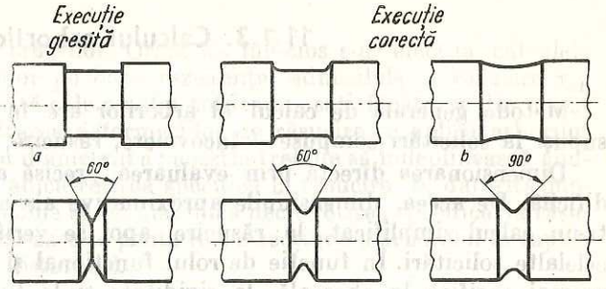


Fig. 11.5. Execuția corectă (*b*) și cea incorectă (*a* și *c*) a zonelor de trecere de la un diametru la altul al arborelui sau al osiei.

Canalele de pană, necesare fixării pieselor pe arbore, se recomandă a fi executate în același plan și cu aceeași lățime cînd este posibil (fig. 11.4, *a*).

Indiferent de forma geometrică a arborilor sau osiilor, fusurile sînt cilindrice, conice sau sferice (v. fig. 11.9).

Trecerea de la o secțiune la alta a arborilor sau a osiilor se face cu raze de racordare corespunzătoare reducerii maxime a efectului de concentrare a tensiunilor (fig. 11.5, *b*).

11.1.2. Calculul osiilor

Osiile fiind solicitate la încovoiere, calculele de dimensionare se fac cu formulele corespunzătoare solicitării de încovoiere.

Considerînd cazul unei osii încărcate cu forța F, ca în figura 11.6, reacțiunile din reazemele A și B sînt egale ($R_A = R_B = F/2$). Momentul încovoietor este maxim în dreptul forței F, avînd valoarea $M_{i\,max} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = Fl/4$. Pentru o osie de secțiune circulară de diametru d, modulul de rezistență este $W = \pi d^3/32$, iar diametrul rezultă din relația

$$M_i = W\sigma_{ai} = \frac{\pi d^3}{32}\,\sigma_{ai} \approx 0{,}1\ d^3\sigma_{ai};$$

deci

$$d = \sqrt[3]{\frac{10\ M_{i\,max}}{\sigma_{ai}}} \qquad (11.1)$$

Secțiunea osiei poate fi constantă, cu diametrul d, numai în cazul solicitărilor mici. În celelalte cazuri, secțiunea constantă nu este economică (osii grele cu risipă de material). Deci, în cazul unor solicitări mari, forma exterioară a osiei trebuie să corespundă variației longitudinale a momentului încovoietor (fig. 11.6, *b*, forma punctată din figura 11.6, *a*). O astfel de osie este dificil de construit cu mijloacele obișnuite. De aceea, osiile cu sarcini mari se construiesc din tronsoane cilindrice și conice (v. fig. 11.1).

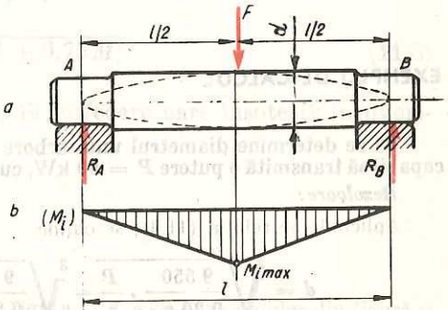


Fig. 11.6. Schema încărcării și diagrama de momente încovoietoare M_i ale unei osii.

11.1.3. Calculul arborilor

Metoda generală de calcul al arborilor are în vedere faptul că ei sînt supuși la solicitări compuse — încovoiere, răsucire, eventual și compresiune.

Dimensionarea directă prin evaluarea precisă a tuturor solicitărilor este dificilă. De aceea, dimensiunile aproximative ale arborilor se stabilesc printr-un calcul simplificat, la răsucire, apoi se verifică luînd în considerație celelalte solicitări. În funcție de rolul funcțional și de forma lor, unii arbori se mai verifică la oboseală, la rigiditate și la turația critică.

Calculul la răsucire. Numeroși arbori sînt solicitați în principal la răsucire, astfel încît încovoierea fiind mult mai mică poate fi neglijată. Un astfel de caz îl constituie, de exemplu, arborii de transmisie pentru mișcarea de translație a podurilor rulante.

Asemenea arbori se dimensionează pe baza rezistenței admisibile la răsucire τ_{at}, aplicîndu-se relația cunoscută:

$$M_t = W_p \tau_{at}. \tag{11.2}$$

Dacă se dau puterea necesară a fi transmisă P, în kW, și turația arborelui n, în rot/min, atunci momentul de răsucire se obține din relația

$$M_t = 9\,550 \frac{P}{n} \text{ [Nm]}. \tag{11.2'}$$

Modulul de rezistență polar W_p pentru secțiuni circulare are expresia

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2\, d^3.$$

Egalînd cele două relații (11.2) și (11.2') și înlocuind W_p, se obține

$$9\,550 \frac{P}{n} = 0{,}2\, d^3 \tau_{at}.$$

Deci

$$d = \sqrt[3]{\frac{9\,550}{0{,}2\,\tau_{at}} \cdot \frac{P}{n}} \text{ [m]}. \tag{11.3}$$

EXEMPLU DE CALCUL

Să se determine diametrul unui arbore solicitat la răsucire, construit din oțel OL 50 capabil să transmită o putere $P = 60$ kW, cu o turație $n = 100$ rot/min, dacă $\tau_{at} = 80$ MPa.

Rezolvare:

Aplicîndu-se relația (11.3), se obține

$$d = \sqrt[3]{\frac{9\,550}{0{,}20\,\tau_{at}} \cdot \frac{P}{n}} = \sqrt[3]{\frac{9\,550}{0{,}2 \cdot 80} \cdot \frac{60}{100}} = 0{,}071 \text{ m} = 71 \text{ mm}.$$

Se adoptă $d = 75$ mm, conform STAS 75-80.

Calculul la rigiditate al arborilor. Oricît de judicios s-ar efectua calculele de dimensionare ale arborilor pe baza rezistenței admisibile la răsucire τ_{at}, rezultatele obținute pe această cale nu sînt totdeauna satisfăcătoare din punct de vedere funcțional. Limitarea deformațiilor de răsucire se aplică arborilor cu lungimi mari în raport cu diametrul d; aceștia trebuie să îndeplinească anumite condiții de rigiditate, adică rotirea specifică la răsucire θ, datorită momentului de răsucire M_t, trebuie să fie mai mică decît rotirea specifică la răsucire admisibilă θ_a (grade), cu care se poate roti o secțiune a arborelui în raport cu altă secțiune situată la distanța l.

Rotirea specifică θ, în grade, se determină cu relația cunoscută din rezistența materialelor:

$$\theta = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_t}{G \cdot I_p} \leqslant \theta_a, \tag{11.4}$$

unde:

G este modulul de elasticitate transversal;

I_p — momentul de inerție polar.

Înlocuindu-se aceste valori în relația (11.4), se obține diametrul d:

$$\boxed{\theta_a = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{32\, M_t}{\pi G d^4}} \text{ ; deci } \boxed{d = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 32\, M_t}{\pi^2 \cdot G \cdot \theta_a}}} \tag{11.5}$$

Arbori solicitați la încovoiere și răsucire. Pentru dimensionarea arborilor solicitați în același timp la răsucire și la încovoiere, se determină, mai întîi, separat, valorile M_i, M_t. Apoi, cu ajutorul lor se determină momentul echivalent M_{ech}.

Pentru determinarea momentului echivalent în cazul pieselor din oțel, se folosește relația:

$$M_{ech} = \sqrt{M_i^2 + 0{,}75 M_t^2}. \tag{11.6}$$

Dimensionarea arborelui se face la încovoiere, cu momentul echivalent M_{ech}:

$$d = \sqrt[3]{\frac{10}{\sigma_{ai}} M_{ech}} = \sqrt[3]{\frac{10}{\sigma_{ai}} \sqrt{M_i^2 + 0{,}75 M_t^2}}, \tag{11.7}$$

respectiv

$$d^3 = \frac{10}{\sigma_{ai}} \sqrt{M_i^2 + 0{,}75 M_t^2}. \tag{11.8}$$

Atît la arbori cît și la osii, solicitarea la forfecare care însoțește încovoierea poate fi neglijată.

EXEMPLU DE CALCUL

Să se dimensioneze arborele transmisiei din figura 11,7 *a* pe baza datelor din figură și a următorilor parametri: $P = 34$ kW; $n = 250$ rot/min: $a = b = c = 250$ mm, OL 42 ($R_{r0,2} = 260$ MPa) *sub acțiunea forței* F_c transmise de curea și a forței radiale F_r transmise de angrenaj dacă $\sigma_{ai} = 100$ MPa.

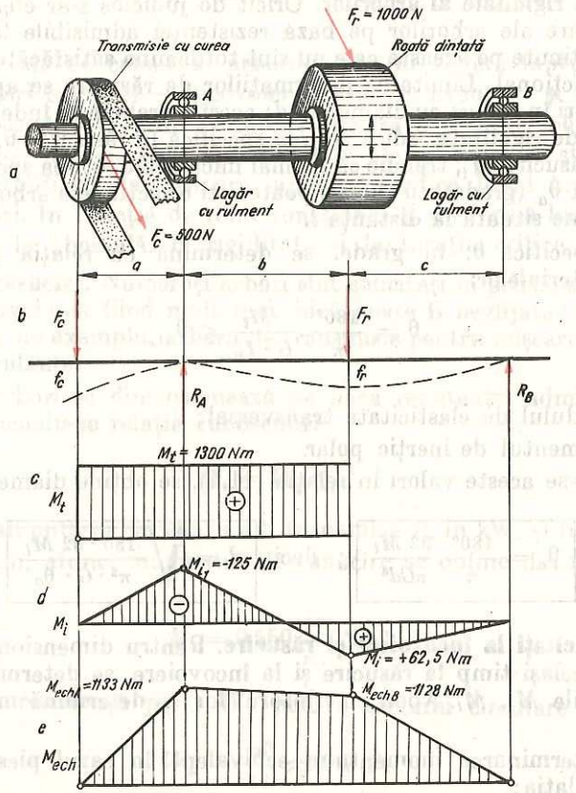


Fig. 11.7. Arborele unei transmisii cu curea și cu roți dințate:
a – reprezentare parțială a transmisiei; *b* — schema încărcării; *c* diagrama momentului de răsucire; *d* — diagrama momentelor încovoietoare; *e* — diagrama momentului echivalent.

Rezolvare: Schema de încărcare a arborelui s-a reprezentat în poziția *b* din figura 13.7. Momentul de răsucire M_t (fig. 11.7, *c*) are valoarea:

$$M_t = 9\,550\,\frac{P}{n} = 9\,550\,\frac{34}{250} = 1\,298{,}8 \approx 1\,300 \text{ Nm}.$$

Reacțiunile din lagărele A și B au valorile:

$$R_A = \frac{F_r \cdot a + F_c \cdot 3a}{2a} = \frac{1\,000 \cdot 0{,}25 + 500 \cdot 0{,}75}{2 \cdot 0{,}25} = 1\,250 \text{ N};$$

$$R_B = \frac{F_r \cdot a - F_c \cdot a}{2a} = \frac{1\,000 \cdot 0{,}25 - 500 \cdot 0{,}25}{2 \cdot 0{,}25} = 250 \text{ N}.$$

În dreptul lagărului A corespunde M_{i1}, iar în dreptul roții dințate M_i cu următoarele valori maxime (fig. 11.7, *d*):

$$M_{i1} = F_c \cdot a = -500 \cdot 0{,}25 = -125 \text{ Nm};$$

$$M_i = + R_B \cdot c = + 250 \cdot 0{,}25 = + 62{,}5 \text{ Nm};$$

$$M_{echA} = \sqrt{M_{i_1}^2 + 0{,}75\,M_t^2} = \sqrt{(-125)^2 + 0{,}75 \cdot 1\,300^2} \approx 1\,133 \text{ Nm};$$

$$M_{ech} = \sqrt{M_i^2 + 0{,}75\,M_t^2} = \sqrt{(62{,}5)^2 + 0{,}75 \cdot 1\,300^2} \approx 1\,128 \text{ Nm}.$$

Diametrele arborelui în dreptul secțiunilor periculoase A și al roții dințate rezultă din relația (11.7).

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{10}{\sigma_{ai}} M_{echA}} = \sqrt[3]{\frac{10}{100 \cdot 10^6} \cdot 1\,133} = 0{,}04868\text{m} = 48{,}68 \text{ mm};$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{10}{\sigma_{ai}} M_{ech}} = \sqrt[3]{\frac{10}{100 \cdot 10^6} \cdot 1\,128} = 0{,}04861\text{m} = 48{,}61 \text{ mm}.$$

Observație. Diferența diametrelor fiind mică, se va adopta $d_A = d = 50$ mm.

Osiile și arborii sînt organe de mașini supuse la oboseală; de aceea-după dimensionare — necesită verificarea rezistenței la oboseală în toate secțiunile periculoase.

Forma arborelui se definitivează după cerințele montării și se elaborează desenul de execuție (fig. 11.8).

11.1.4. Fusurile arborilor și ale osiilor

Fusurile reprezintă zonele arborelui sau ale osiei ale căror suprafețe exterioare, îngrijit prelucrate, realizează contactul cu lagărele (palierele). Montate în lagăre cu alunecare, suprafețele de contact ale fusurilor se află în mișcare relativă în raport cu suprafața interioară de contact a lagărului. În cazul lagărelor prin rostogolire (rulmenți), montarea fusului pe rulment exclude mișcarea relativă dintre suprafața fusului și cea a lagărului. Mișcarea respectivă are loc numai între elementele rulmentului. De la arbore la lagăr, sarcinile se transmit numai prin intermediul fusurilor.

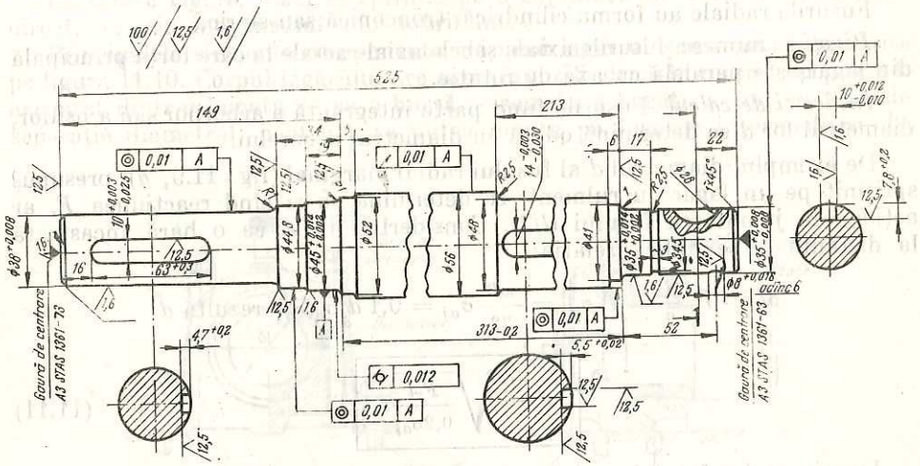


Fig. 11.8. Desenul de execuție al unui arbore.

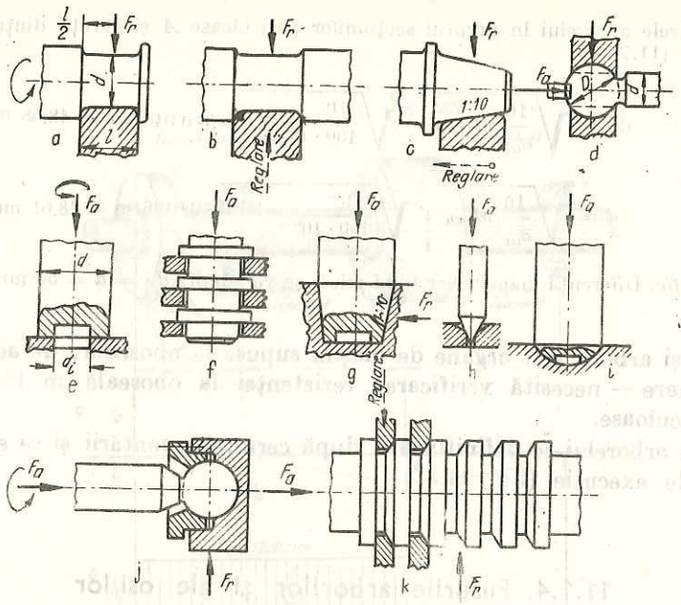


Fig. 11.9. Principalele tipuri şi forme constructive de fusuri:
a...d — fusuri radiale (*a*, *b* — fusuri cilindrice; *c* — fus tronconic; *d* — fus sferic); *e...i* — fusuri axiale sau pivoţi verticali (*e* — pivot cilindric inelar; *f* — pivot gulerat; *g* — pivot tronconic scobit; *h* — pivot conic; *i* — pivot cu cap convex); *j*, *k* — fusuri radial-axiale

Tipuri constructive. Principalele tipuri şi forme constructive de fusuri sînt reprezentate în figura 11.9.

După poziţia fusului în lagăr se deosebesc: fusuri de capăt — frontale sau marginale (fig. 11.9, *a*, *c*, *d*); fusuri intermediare (fig. 11.9, *b*).

După direcţia forţelor în raport cu axa de rotaţie, fusurile şi lagărele se grupează în : *radiale* (fig. 11.9, *a...d*); *axiale* (fig. 11.9, *e...i*); *radial-axiale* (fig. 11.9, *j*, *k*).

Fusurile radiale au forma cilindrică, tronconică sau sferică.

Pivoţi se numesc fusurile axiale şi cele axial-radiale la care forţa principală din lagăr este paralelă cu axa de rotaţie.

Indicaţii de calcul. Fusurile fiind parte integrantă a arborilor sau a osiilor, diametrul lor d se determină odată cu diametrul arborelui.

De exemplu, diametrul d al fusului radial marginal (fig. 11.9, *a*), presupus sprijinit pe un lagăr cu rulment, se determină ca şi cînd reacţiunea F_r ar acţiona la jumătatea fusului ($l/2$). Considerînd fusul ca o bară încastrată la distanţa l, se aplică relaţia:

$$M_i = F_r \frac{l}{2} = W\sigma_{ai} = \frac{\pi d^3}{32}\sigma_{ai} = 0{,}1\, d^3\sigma_{ai}$$ şi rezultă d:

$$\boxed{d = \sqrt[3]{\frac{F_r l}{0{,}2\sigma_{ai}}}.} \qquad (11.11)$$

Lungimea l a fusului se determină constructiv: $l \approx (0{,}5 \ldots 1{,}5)\, d$.

Fusurile lagărelor cu alunecare se supun suplimentar la următoarele calcule necesare:

— dimensionarea sau verificarea la tensiunea de contact (σ_s);

— verificarea la încălzire.

Dimensionarea sau verificarea la tensiunea de contact necesită respectarea condiţiei:

$$\sigma_s \leqslant \sigma_{as},$$

unde σ_{as} este tensiunea admisibilă de contact.

Verificarea la încălzire ia în considerare puterea pierdută prin frecare. Ca urmare, aceste calcule se aplică numai la lagărele cu alunecare.

11.2. LAGĂRE

Lagărele sînt organe de maşini avînd funcţia de susţinere şi ghidarea arborilor şi a osiilor cu mişcare rotativă sub acţiunea sarcinilor care acţionează asupra lor.

După *direcţia sarcinii principale faţă de axa de rotaţie*, lagărele se grupează în: *radiale* — cu direcţia sarcinii principale perpendiculară pe axa de rotaţie; *axiale* şi *crapodine* avînd direcţia sarcinii principale paralelă cu axa de rotaţie; *radial-axiale* a căror sarcină are componente după cele două direcţii menţionate.

După *caracterul frecării produse în funcţionare*, lagărele se grupează în: *lagăre cu alunecare* — între suprafaţa exterioară a fusului şi suprafaţa interioară a lagărului; *lagăre cu rostogolire* — între elementele rulmenţilor; *lagăre combinate*.

11.3. LAGĂRE CU ALUNECARE

11.3.1. Caracteristici. Părţi componente. Materiale

La aceste lagăre, fusul se sprijină pe o suprafaţă cilindrică interioară, fie direct, fie prin intermediul unui lubrifiant.

Principalele elemente componente ale unui lagăr obişnuit pot fi urmărite pe figura 11.10. Corpul lagărului are suprafaţa cilindrică în interior şi poate fi executat dintr-o bucată — ca o bucşă — sau două bucăţi, avînd un plan de separaţie diametral, pentru a se putea monta pe fusurile intermediare. În

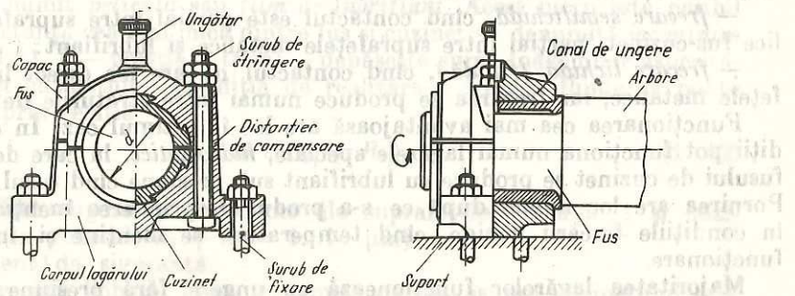


Fig. 11.10. Părţile componente ale unui lagăr cu alunecare.

mod obișnuit, partea interioară a corpului reprezintă o căptușeală — *cuzinetul* — fixată de corpul lagărului printr-un anumit sistem sau direct prin turnare în niște canale de formă specială (coadă de rîndunică).

Posibilitatea reglării lagărelor pentru *compensarea* uzurii dintre fus și cuzinet este indicată în figura 11.9, *b*, *c*, *k*.

Materialele destinate executării cuzineților trebuie să aibă: coeficient de frecare redus și o bună rezistență la uzare (antifricțiune), capacitate de aderență superficială pentru reținerea lubrifiantului, conductivitate termică pentru eliminarea căldurii provenite din frecare, coeficient de dilatație redus pentru menținerea preciziei în funcționare, proprietăți tehnologice (turnare, așchiere, sudare-lipire pentru reparare) cît mai bune pentru asigurarea eficienței economice.

Materiale pentru cuzineți care satisfac aceste condiții sînt: *aliajele metalice* pe bază de plumb cu cupru sau de zinc; *fontele și oțelurile;* materialele metalice *sinterizate* (obținute din pulberi metalice la presiuni și temperaturi mari); materialele *bimetalice* sub formă de benzi laminate din două aliaje diferite; materialele *sintetice nemetalice* (textolit, lignofol, poliamide, fenoplaste, cauciuc); materialele metalice *combinate* cu materiale nemetalice (bronz sinterizat impregnat cu material plastic, grafit și pulberi metalice) etc.

Cînd lagărul se execută cu corpul și cuzinetul din materiale diferite, carcasa (corpul) se execută din materiale inferioare cuzineților (oțel turnat sau sudat, fonte).

11.3.2. Funcționarea lagărelor cu alunecare

Frecarea în lagăr. La cele mai multe lagăre, mișcarea de rotație este asigurată de fusurile arborilor. Frecarea se produce între suprafața fusului și a cuzinetului, aflate în contact sub presiunea exercitată prin forțele de încărcare a arborilor.

Pentru ca mișcarea să fie posibilă, diametrul fusului d este mai mic decît diametrul lagărului D. Astfel, între fus și cuzinet se creează un joc radial (fig. 11.11). Spațiul dintre fus și cuzinet (interstițiu) se umple cu un material de ungere, numit *lubrifiant*. Astfel, în timpul funcționării, contactul nu se mai produce direct între suprafețele metalice fus-cuzinet, ci prin intermediul lubrifiantului. Ca urmare, coeficientul de frecare μ scade considerabil, de circa 100 de ori. În cazul lagărelor obișnuite se disting următoarele trei stadii ale frecării (fig. 11.11, *a*):

— *frecare uscată*, cînd contactul este direct între suprafețele metalice, deci absență totală a lubrifiantului;

— *frecare semilichidă*, cînd contactul este parțial între suprafețele metalice fus-cuzinet, parțial între suprafețele metalice și lubrifiant;

— *frecare lichidă (fluidă)*, cînd contactul nu are loc direct între suprafețele metalice, iar frecarea se produce numai între straturile de lubrifiant.

Funcționarea cea mai avantajoasă are loc în ultimul caz. În aceste condiții pot funcționa numai lagărele speciale, *hidrostatice*, la care desprinderea fusului de cuzinet se produce cu lubrifiant sub presiune cînd fusul stă pe loc. Pornirea are loc numai după ce s-a produs desprinderea menționată, deci în condițiile frecării lichide, cînd temperatura se menține și în regim de funcționare.

Majoritatea lagărelor funcționează cu ungere fără presiune exterioară și se numesc *lagăre hidrodinamice*. Din momentul pornirii ($n=0$) pînă la turația

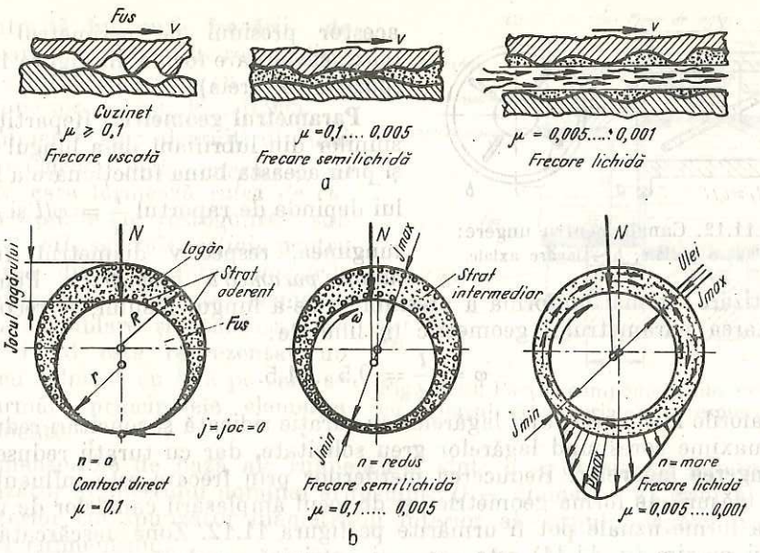


Fig. 11.11. Frecarea în lagăre:
a — stadiile frecării; *b* — evoluția poziției fusului în lagărele hidrodinamice.

de regim ($n = n$), aceste lagăre trec prin toate regimurile de frecare: *uscată*, ($n = 0$), *semilichidă* (turație redusă), *lichidă* (mișcare de regim).

Conform legii lui *Coulomb:*

$$F_f = \mu N,$$

în care: F_f este forța de frecare; μ = coeficientul de frecare; N — forța normală (apăsarea) pe suprafața de contact.

Natura frecării lichide diferă complet de natura frecării uscate. La începutul mișcării fusului, contactul asperităților se menține parțial, producîndu-se frecarea semiuscată sau semifluidă. Valoarea coeficientului de frecare începe să scadă în anumite limite ($\mu = 0{,}1...0{,}005$) pe măsura creșterii turației.

Lubrifiantul introdus în partea neîncărcată a fusului este antrenat de acesta în spațiul dintre fus și cuzinet, și prin *efect de pană* (în condiții favorabile de ungere) poate determina desprinderea fusului de cuzinet, realizîndu-se astfel *frecarea fluidă*.

Jocul minim. Pentru producerea frecării fluide este necesar ca între suprafața fusului și cea a cuzinetului să se mențină permanent un strat continuu de lubrifiant, numit *peliculă* sau *film de lubrifiant*. Acest lucru este posibil numai dacă distanța cea mai mică dintre fus și cuzinet — denumită *joc minim* (j_{min} în fig. 11.11, *b* — poziția a treia) — depășește suma înălțimilor asperităților fusului și cuzinetului. Condiția de realizare a frecării fluide se poate exprima deci prin relația

$$j_{min} = c(R_{z_1} + R_{z_2}), \qquad (11.12)$$

în care:

R_{z_1} și R_{z_2} sînt rugozitățile maxime ale suprafețelor fusului 1 și cuzinetului 2 (în general, $h_1 + h_2 = 1...14$ μm);

c — coeficient de siguranță.

În cazul frecării lichide, forța transmisă de fus asupra cuzinetului este echilibrată de suma presiunilor din filmul de lubrifiant. Curba de variație a

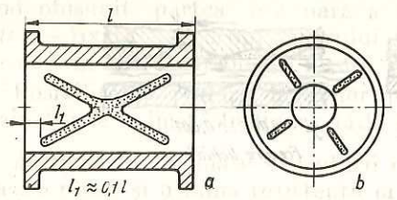


Fig. 11.12. Canale pentru ungere: *a* — lagăre radiale; *b* — lagăre axiale.

acestor presiuni pe perimetrul fusului (cuzinetului) are forma din figura 11.11, *b* (poziția a treia).

Parametrul geometric. Repartiția presiunilor din lubrifiant de-a lungul fusului și prin aceasta buna funcționare a lagărului depinde de raportul $\frac{l}{d} = \varphi$(l și d fiind lungimea, respectiv diametrul fusului), numit *parametru geometric*. Pentru o repartizare cît mai uniformă a presiunilor de-a lungul fusului, se recomandă adoptarea parametrului geometric în limitele:

$$\varphi = \frac{l}{d} = 0{,}5 \ldots 1{,}5. \qquad (11.13)$$

Valorile mici corespund lagărelor cu turație ridicată și solicitări reduse, iar cele maxime corespund lagărelor greu solicitate, dar cu turații reduse.

Ungerea lagărelor. Reducerea pierderilor prin frecare este influențată în mare măsură de forma geometrică și de locul amplasării canalelor de ungere. Cîteva forme uzuale pot fi urmărite pe figura 11.12. Zona descărcată sau a jocului maxim (v. 11.11) este cea mai potrivită amplasării canalelor de alimentare.

Lubrifiantul din lagăr, pe lîngă faptul că reduce pier erile prin frecare, deci prelungește durata de funcționare datorită ungerii, mai are și proprietatea de: protector împotriva coroziunii, amortizor a ocurilor, transportor al căldurii din interiorul lagărului în mediul exterio Aceste avantaje fac absolut necesară ungerea lagărelor.

Pentru ungerea lagărelor cu alunecare se folosesc în special *uleiuri minerale* și *unsori consistente*. Pe scară mai redusă, la temperaturi ridicate, se întrebuințează *lubrifianți solizi* în stare pulverulentă, ca: *talcul*, *bisulfura de molibden* etc.

În țara noastră se produce o gamă largă de sortimente de uleiuri minerale cu calități superioare.

Principalele criterii care stau la baza alegerii lubrifiantului necesar ungerii unui mecanism sînt:

— tipul mecanismului și presiunea din lagăr; pentru evitarea frecărilor pronunțate la presiuni mici și turații mari se aleg unsori cu viscozitate redusă, iar la presiuni mari și turații mici se folosesc lubrifianți cu viscozitate mare;

— punctul de inflamabilitate, temperatura de picurare, temperatura de congelare, care se iau în considerație în special pentru lubrifianții necesari lagărelor cu regim special de funcționare, la temperaturi diferite de cea normală (20°C).

11.4. LAGĂRE CU ROSTOGOLIRE

11.4.1. Părți componente. Caracteristici. Materiale

Lagărul cu rostogolire se obține prin înlocuirea cuzinetului din lagărul cu alunecare printr-un rulment. De aceea, aceste lagăre se numesc și *lagăre cu rulmenți*. Celelalte elemente componente ale lagărelor cu rostogolire diferă foarte puțin de elementele lagărelor cu alunecare. Ca urmare, studiul lagărelor cu rostogolire se reduce la studiul rulmenților.

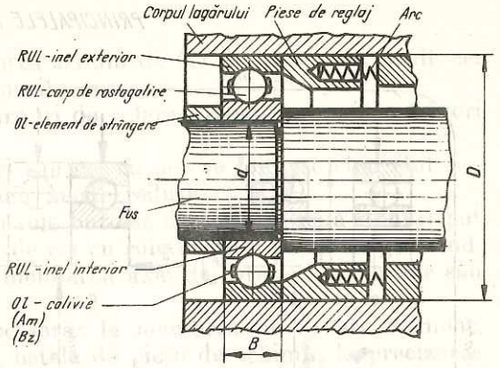


Fig. 11.13. Părțile componente ale unui lagăr cu rulment și materialele corespunzătoare.

Datorită înlocuirii frecării de alunecare prin frecare de rostogolire, randamentul lagărelor cu rulmenți este superior, $\eta = 0{,}98 \ldots 0{,}995$.

Rulmenții sînt alcătuiți din mai multe elemente: *inelul interior* și cel *exterior* care formează *calea de rulare*; corpurile de rostogolire sub formă de *bile* sau *role*: *colivia* pentru păstrarea distanței între corpurile de rostogolire; diferite elemente pentru asamblare și etanșare. În figura 11.13 este reprezentat un lagăr cu rulment cu bile pe care se pot urmări principalele elemente componente.

Dimensiunile de bază ale rulmentului sînt: d — diametrul nominal corespunzător diametrului nominal al fusului; D — diametrul exterior al inelului exterior corespunzător diametrului interior al corpului lagărului; B — lățimea rulmentului.

Lagărele cu rulmenți prezintă următoarele avantaje principale față de lagărele cu alunecare: pierderi mai mici de putere prin frecare; turații mari (20 000—30 000 rot/min); consum redus de lubrifiant în perioada de întreținere; eficiență economică superioară, datorită avantajelor standardizării și posibilității centralizării execuției lor prin întreprinderi specializate cu procese de producție automatizate.

Lagărele cu rulmenți au dimensiunea radială mai mare decît lagărele cu alunecare, necesită o precizie mare de execuție și montaj, sînt mai rigide și mai puțin rezistente la șocuri.

Materiale. Corpurile de rostogolire și elementele căii de rulare (inelul interior și cel exterior) se execută din oțeluri speciale pentru rulmenți, cunoscute sub denumirea de RUL 1, RUL 2 (STAS 1456/1-80).

Colivia rulmentului se execută din oțeluri obișnuite, bronzuri, duraluminiu sau materiale plastice.

11.4.2. Clasificare și simbolizarea rulmenților

Clasificarea rulmenților se face după diferite criterii. După direcția de acționare a sarcinii principale se grupează în: rulmenți *radiali*, rulmenți *radial-axiali*, rulmenți *axiali*, rulmenți *axial-radiali*.

După forma corpurilor de rostogolire se deosebesc: rulmenți cu *bile* și rulmenți cu *role* (forma rolelor este indicată în fig. 11.14). Corpurile de rostogolire, în raport cu încărcarea în condițiile de funcționare, pot fi dispuse pe *un singur rînd*, *pe două rînduri* și rareori pe *mai multe rînduri*. Exemple de rulmenți din aceste categorii sînt indicate schematic în figura 11.14.

Rulmenții radiali pot prelua și sarcini axiale reduse, iar cei axiali pot prelua și sarcini radiale de valori mici în raport cu sarcinile axiale.

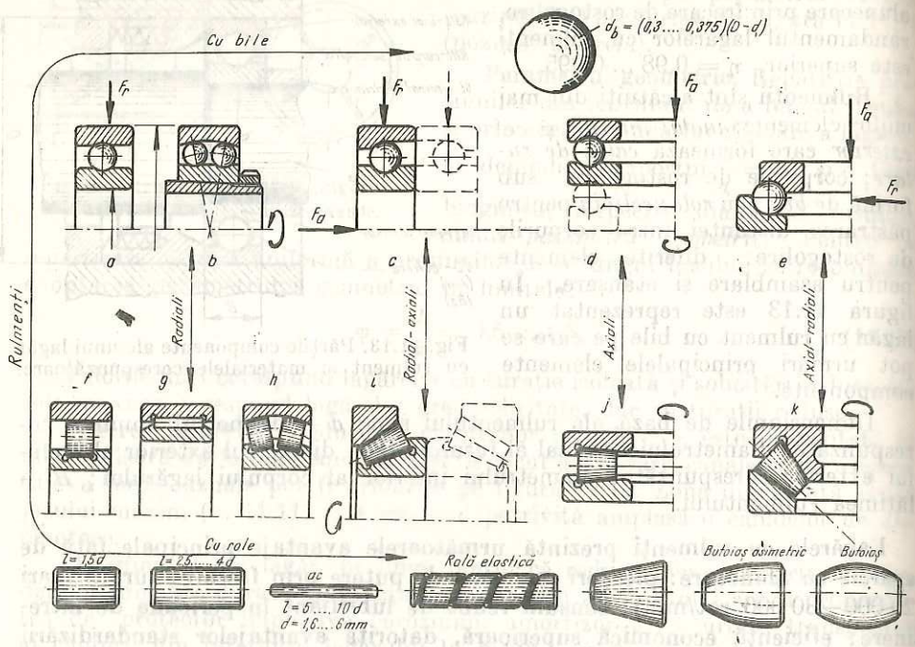


Fig. 11.14. Reprezentarea schematică a principalelor tipuri de rulmenți:

a — radial cu bile pe un singur rînd; *b* — radial oscilant cu bile pe două rînduri; *c* — radial-axial cu bile pe un singur rînd; *d* — axial cu bile pe un rînd; *e* — axial-radial cu bile pe un singur rînd cu cale de rulare adîncă; *f* — radial cu role cilindrice pe un singur rînd; *g* — radial cu ace; *h* — radial cu role butoi pe două rînduri; *i* — radial-axial cu role conice; *j* — axial cu role conice pe un singur rînd; *k* — axial radial cu role butoiaș pe un singur rînd.

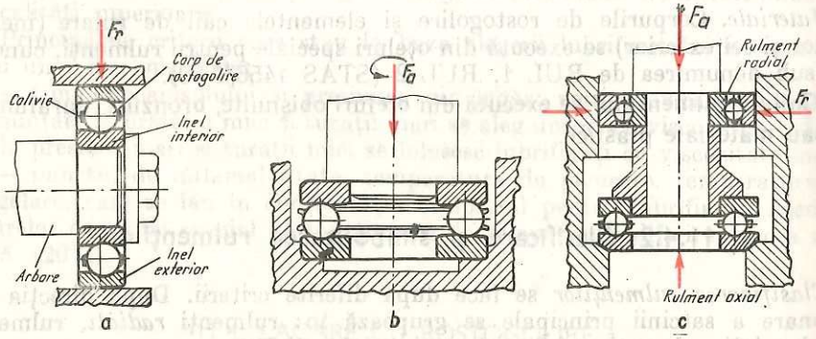


Fig. 11.15. Lagăre cu rulmenți:

a — cu rulment radial; *b* — cu rulment axial; *c* — lagăr radial-axial din rulment radial combinat cu rulment axial.

Dintre numeroase variante constructive, cele mai utilizate lagăre sînt cele cu rulmenți radiali cu bile (fig. 11.15, *a*) și cele cu rulmenți axiali cu bile (fig. 11.15, *d*). Lagăre radial-axiale sau axial-radiale se pot executa și din rulmenți radiali combinați cu rulmenți axiali (fig. 11.15, *c*).

Rulmenții cu role cilindrice suportă sarcini de 1,7 ori mai mari decît cei cu bile și pot funcționa la turații sporite.

Rulmenții cu două rînduri de corpuri de rulare suportă sarcini de 1,5 ori mai mari.

Rulmenții cu role cilindrice lungi sau cei cu ace se folosesc cînd sînt necesare diametre exterioare reduse sau foarte reduse.

Rulmenții cu role conice și cei cu role butoiaș dispuse pe două rînduri pot fi încărcați de 1,9 ori mai mult față de cei cu role dispuse pe un singur rînd.

Rulmenții oscilanți pot suporta înclinarea axei de rotație a arborilor sau osiilor cu 2—3°.

Simbolizarea rulmenților este necesară: la marcarea pe fiecare rulment, la notarea pe desenele tehnice și în listele de piese de schimb, la precizarea comenzilor și a livrărilor, pentru catalogarea tuturor tipodimensiunilor și identificarea interschimbabilității lor din cataloage.

Simbolizarea se face prin cifre sau prin grupe de cifre ce caracterizează rulmentul ca *mărime — serie* de lățimi ; entru același diametru interior *d* — tip — caracteristici speciale.

Gradul de precizie al rulmenților se simbolizează prin litere.

Semnificativă este grupa ultimelor două cifre caracteristice mărimii rulmentului. Pentru diametre interioare *d* cuprinse între 20 și 495 mm, numărul constituit din ultimele două cifre ale simbolului unui rulment prin înmulțire cu numărul 5 indică diametrul *d*. De exemplu, diametrul *d* al unui rulment reprezentat prin simbolul 92218 este: $d = 18 \cdot 5 = 90$ mm, care este și diametrul nominal al fusului. Corespunzător acestei mărimi, celelalte dimensiuni ale rulmentului se extrag direct din catalog sau din tabelele cuprinse în standarde.

Detalii mai cuprinzătoare în legătură cu clasificarea și simbolizarea rulmenților sînt indicate în STAS 1679-82.

11.4.3. Alegerea rulmenților

Alegerea rulmenților standardizați comportă două faze — alegerea orientativă și alegerea definitivă.

Alegerea preliminară sau orientativă stabilește tipul rulmentului pornind de la direcția forței principale (reacțiunii) din lagăr, avîndu-se în vedere caracteristicile de bază ale diferitelor tipuri de rulmenți.

Alegerea definitivă a seriei și a dimensiunilor tipului de rulment ales în prima fază se face pe baza calculelor, în funcție de mărimea sarcinii, a turației, de durata de funcționare și de alte condiții de funcționare cînd acestea se impun.

Uneori, mărimea diametrului fusului *d* este impusă. În acest caz nu rămîne decît să se aleagă tipul rulmentului și să se verifice durata de funcționare *L*, exprimată în milioane de rotații.

Datorită avantajelor standardizării, rulmenții se supun numai calculelor pentru determinarea sau verificarea capacității de încărcare dinamică *C* și a durabilității efective *L*, pe baza sarcinii dinamice echivalente F_e care-i solicită (v. STAS 7160-82).

Buna funcționare a lagărelor este influențată nu numai de alegerea corectă a tipului rulmentului de stabilirea corespunzătoare a mărimii sale, ci și de alți factori, cum sînt: montarea corectă a rulmentului pe fus și în lagăr, ungerea și proprietățile lubrifiantului, etanșarea lagărelor etc.

11.5. UNGEREA ORGANELOR DE MAȘINI

Suprafața de frecare se definește prin zona de contact dintre două elemente apăsate și cu mișcare relativă între ele.

Ungerea asigură aducerea și menținerea unui lubrifiant cu scopul creării unei pelicule continue necesară separării celor două suprafețe care definesc suprafața de frecare. Astfel, ungerea servește la reducerea frecării dintre suprafețele menționate, la înlocuirea frecării uscate dintre ele prin *frecare semifluidă sau fluidă*. Frecarea semifluidă sau fluidă se caracterizează printr-un coeficient de frecare mult mai redus decît frecarea uscată, deci prin micșorarea consumului de energie datorit frecării.

Frecarea fluidă asigură separarea completă a celor două suprafețe ce definesc suprafața de frecare. Ca urmare, piesele componente nu se mai ating direct și deci nu se mai uzează.

Ungerea organelor de mașini prezintă și avantajul protecției lor împotriva încălzirii excesive, împotriva oxidării și a coroziunii suprafețelor respective; reduce intensitatea zgomotului.

Condițiile necesare asigurării frecării fluide sînt:

— viteza relativă dintre cele două suprafețe să fie mai mare decît viteza minimă necesară antrenării lubrifiantului pentru formarea peliculei continue;

— alimentarea continuă cu lubrifiant;

— cele două suprafețe să nu fie paralele, dar suficient de netede;

— jocul dintre suprafețe să fie foarte mic, dar suficient pentru formarea peliculei continue cu o grosime de cel puțin cîteva straturi moleculare;

— în cazul lagărelor, materialele fusului și cuzinetului să fie suficient de rigide pentru a nu se deforma inadmisibil.

Lubrifianții folosiți în construcții de mașini sînt: în stare lichidă — uleiuri minerale sau vegetale, unsori consistente — unsori minerale, săpunuri de sodiu sau de potasiu, lubrifiant solid — grafit, bisulfură de molibden etc.

Indicațiile referitoare la alegerea lubrifianților pentru lagăre cu alunecare sînt valabile și pentru ungerea rulmenților sau a altor organe de mașini.

Sisteme de ungere. Sistemul de ungere poate fi individual (propriu fiecărui lagăr) sau centralizat. În figura 11.16 sînt indicate cîteva sisteme uzuale: *a* — cu inel de antrenare a uleiului din baie (aplicat lagărelor cu alunecare cu turații joase); *b* — ungătoare cu fitil de antrenare a uleiului la locul de ungere; *c* — ungător cilindric cu pîlnie pentru unsoare consistentă; *d* — cu cană pentru completarea lubrifiantului în baie în buzunarul ungătorului; *e* — sistem centralizat cu pompă de presiune pentru antrenarea uleiului prin conducte etc.

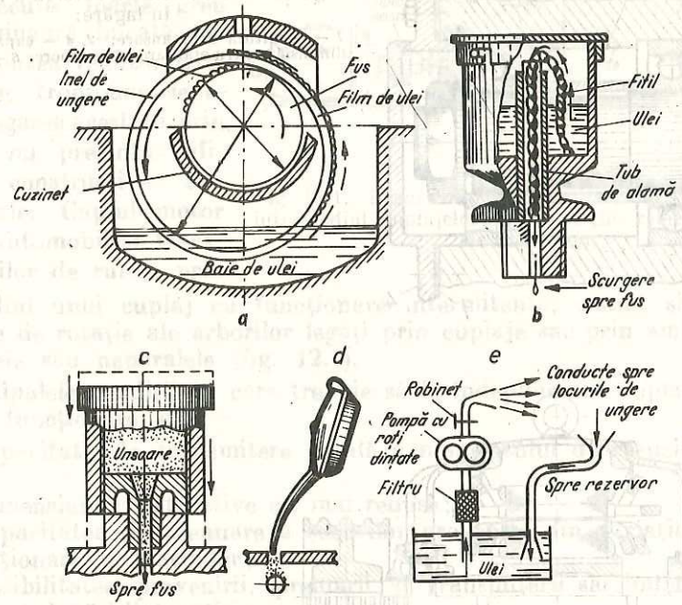


Fig. 11.16. Diferite dispozitive de ungere.

De exemplu, ungerea rulmenților montați pe lagăre separate sau în locuri greu accesibile se asigură cu unsori consistente, speciale pentru rulmenți, simbolizate astfel: Rul 100, Rul 145, Rul 165, Rul S 140, Rul SL 130 (STAS 1608-72).

Etanșarea. Etanșarea lagărelor este necesară pentru a nu permite scurgerea lubrifiantului în afara lagărului și pentru a împiedica pătrunderea impurităților din afară în zona de frecare. Sistemele de etanșare din figura 11.17 se folosesc atît pentru etanșarea lagărelor cu rulmenți cît și pentru cele cu alunecare (cu excepția poziției *d*).

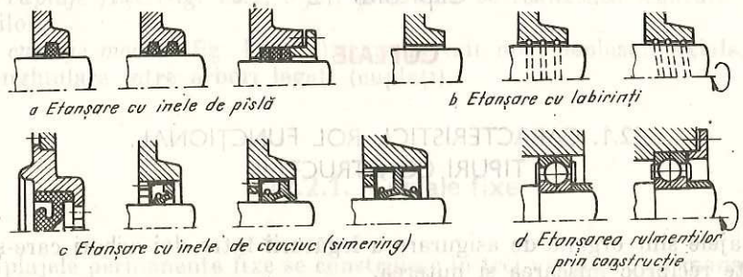


Fig. 11.17. Sisteme de etanșare a lagărelor:
a, b, c — la orice tip de lagăr; *d* — specific rulmenților.

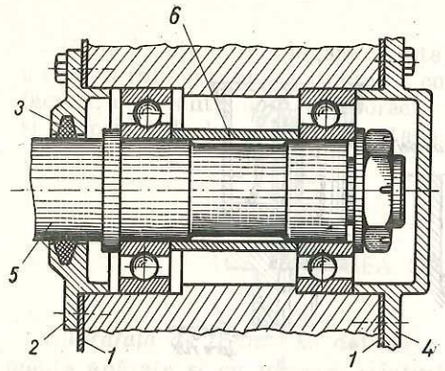


Fig. 11.18. Asamblarea corectă a rulmenților în lagăre:
1 — garnitură de etanșare; *2*, *4* — capac; *3* — inel din pîslă pentru etanșare; *5* — arbore; *6* — distanțier.

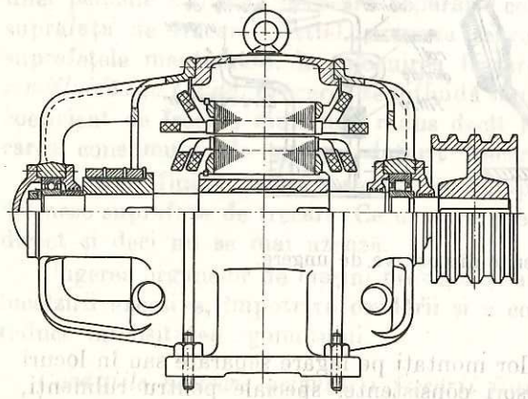


Fig. 11.19. Asamblarea rulmenților pe rotorul și carcasa unui motor electric și sistemul de etanșare prin labirinți.

Figura 11.18 reprezintă un exemplu de asamblare corectă a rulmenților în lagăre și etanșare cu inele din pîslă, iar figura 11.19 asamblarea rulmenților pe rotorul și carcasa unui motor electric și sistemul de etanșare prin labirinți.

Vederea generală a unei instalații de ungere centralizată este reprezentată sugestiv și în figura 14.1.

Capitolul 12

CUPLAJE

12.1. CARACTERISTICI. ROL FUNCȚIONAL. TIPURI CONSTRUCTIVE

Cuplajele sînt organe de asigurare a legăturii între doi arbori care-și pot transmite reciproc mișcarea și puterea.

Prin aceste elemente se asigură legătura între tronsoanele (părțile) aceluiași arbore sau între arbori diferiți. De exemplu, unii arbori de transmisie cu

lungime mare 10, 20, 30 m s-ar executa foarte greu dintr-o singură bucată sau nu s-ar putea realiza. Execuția din tronsoane separate și legarea acestora prin *cuplaje*, nu prezintă dificultăți constructive sau funcționale. Cuplul motor al unui automobil se transmite roților de rulare prin intermediul unui cuplaj cu funcționare intermitentă, numit și *ambreiaj*.

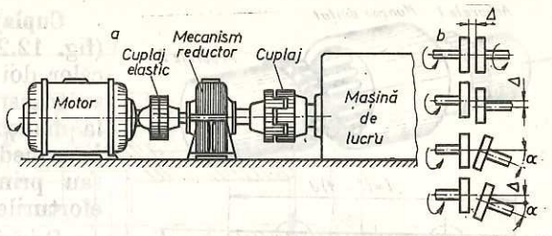


Fig. 12.1. Legarea arborilor diferitelor mașini prin intermediul cuplajelor (*a*) și pozițiile relative posibile ale axelor (*b*).

Axele de rotație ale arborilor legați prin cuplaje sau prin ambreiaje pot fi paralele sau neparalele (fig. 12.1).

Principalele condiții pe care trebuie să le îndeplinească cuplajele pentru o bună funcționare sînt:

— capacitate de transmitere totală a momentului de răsucire al arborelui;
— dimensiuni constructive cît mai reduse;
— capacitatea de atenuare a șocurilor provenite din variația regimului de funcționare a mașinilor;
— posibilitatea prevenirii, preluării și transmiterii sarcinilor suplimentare sau a depășirii turației;
— asigurarea interschimbabilității necesare înlocuirii elementelor uzate.

Clasificarea cuplajelor are în vedere condițiile de funcționare ale celor doi arbori ca criteriu de bază. Astfel, cuplajele se grupează în două categorii: cuplaje cu *funcționare permanentă*; cuplaje cu *funcționare intermitentă* sau *ambreiaje*.

La cuplajele cu funcționare permanentă, transmiterea mișcării între cei doi arbori nu poate fi întreruptă în timpul funcționării decît prin oprirea mașinilor și demontarea cuplajelor. Prin cuplare-decuplare, ambreiajele pot întrerupe sau relua transmiterea mișcării în gol sau chiar sub sarcină, fără oprirea elementului (arborelui) de la care ea este primită.

12.2. CUPLAJE PERMANENTE

Cuplajele permanente se împart în următoarele două grupe:

— *cuplaje fixe* (fig. 12.2, *b*), prin care se realizează legătura rigidă a arborilor;

— *cuplaje mobile* (fig. 12.2, *a*), care permit mici deplasări axiale, radiale sau unghiulare între arbori legați (cuplați).

12.2.1. Cuplaje fixe

Cuplajele permanente fixe se construiesc în trei variante: cu manșon cilindric (neted) dintr-o bucată (fig. 12.2, *b*); cu manșon cilindric din două bucăți cu flanșă (fig. 12.3).

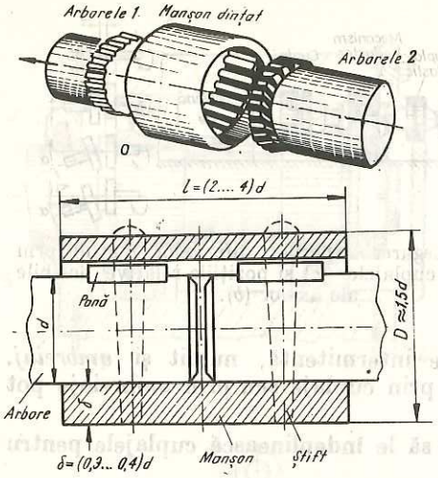


Fig. 12.2. Cuplaje cu manşon:
a — cu manşon dinţat pentru abateri axiale; *b* — cu manşon cilindric.

Cuplajele cu manşon dintr-o bucată (fig. 12.2, *b*) se montează pe capetele celor doi arbori între care urmează să se transmită mişcarea. De la arbore la manşon, efortul este transmis prin intermediul unor pene longitudinale sau prin ştifturi transversale, cînd eforturile sînt mici.

Principalul avantaj îl prezintă simplitatea constructivă.

Pentru a evita apariţia unor forţe suplimentare, cuplajul manşon necesită ajustaje, centrare şi montare foarte precise. Legarea cu manşon dintr-o bucată este posibilă numai prin deplasarea axială a unuia din arbori pînă la capătul arborelui pereche fără însă să-l atingă.

Dimensionarea manşonului urmăreşte stabilirea unei secţiuni de rezistenţă egală cu rezistenţa secţiunii arborelui. Folosindu-se notaţiile din figura 12.2, *b*, această condiţie de bază se exprimă astfel:

$$M_t = W_{pa}\tau_{ata} = W_{pm}\tau_{atm}$$

sau

$$\pi\frac{d^3}{16}\tau_{ata} = \frac{\pi}{16}\frac{D^4-d^4}{D}\tau_{atm} = \frac{\pi}{16}(D^3-d^3)\tau_{atm}, \qquad (12.1)$$

unde M_t este momentul de răsucire transmis, τ_{ata} şi τ_{atm} — rezistenţele admisibile la răsucire ale materialelor arborelui şi manşonului; W_{pa} şi W_{pm} — modulul de rezistenţă polar al secţiunii arborelui, respectiv manşonului; d şi D — diametrul arborelui, respectiv manşonului.

Efectuindu-se simplificările respective, se obţine

$$\boxed{D = d\sqrt[3]{1+\frac{\tau_{ata}}{\tau_{atm}}}} \qquad (12.2)$$

Dacă arborele şi manşonul se execută din aceleaşi materiale, rezultă $D = 1{,}3\,d$. De obicei, manşoanele se execută din fontă obişnuită sau din alte materiale cu caracteristici de rezistenţă inferioare arborilor din oţel; de aceea $D = (1{,}4...1{,}8)d$.

Cuplajele cu flanşe. Pentru construcţii obişnuite se folosesc flanşe separate (fig. 12,3, *a*), iar pentru construcţii puternic solicitate se execută flanşele dintr-o bucată cu arborii respectivi (fig. 12.3, *b*). Fiecare din cele două discuri se montează pe un capăt de arbore prin împănare, prin presare la rece, prin strîngere la cald sau chiar prin sudare.

Poziţia centrată a discurilor se asigură la montaj, iar asamblarea, prin şuruburi strînse.

În calculele de dimensionare se disting două cazuri: cuplaje strînse cu şuruburi cuprinse în găuri fără joc şi cuplaje strînse cu şuruburi cuprinse în găuri cu joc. În cazul şuruburilor strînse cuprinse în găuri calibrate

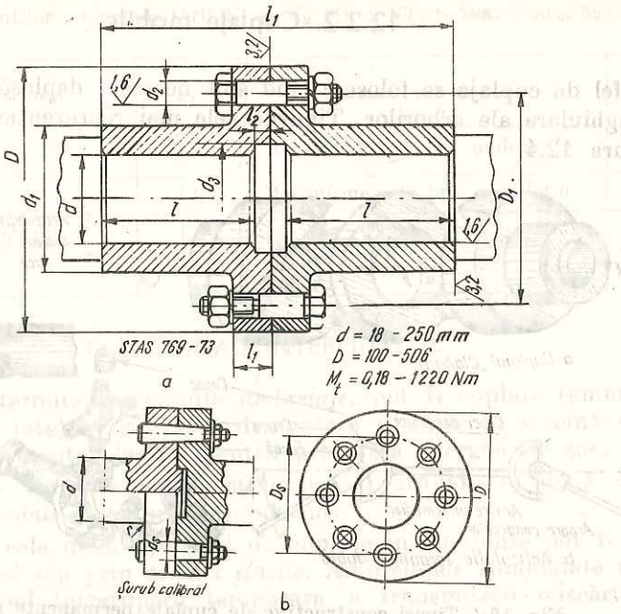


Fig. 12.3. Cuplaj cu flanşe (discuri):
a — cu flanşe separate; *b* — cu flanşe dintr-o bucată cu arborii.

(fig. 12.3, *b*), momentul de răsucire preluat de cuplaj $M_{tc} = M_t\beta$ este preluat de şuruburile solicitate la forfecare. Păstrîndu-se notaţiile din figură, se poate scrie forţa de forfecare F preluată de unul din cele z şuruburi:

$$F_f = \frac{2M_t\beta}{zD_s}. \qquad (12.3)$$

Coeficientul de supraîncărcare al cuplajului β are valorile: $\beta = 1$ cînd ruperea cuplajului nu provoacă alte avarii maşinii, $\beta = 1{,}2...1{,}5$ cînd provoacă asemenea avarii şi $\beta = 2$ pentru prevenirea accidentelor de muncă.

Cu ajutorul forţei de forfecare F_f se pot dimensiona şuruburile avînd secţiunea $A_s = \frac{\pi}{4}d_s^2$, astfel:

$$F_f = \frac{2M_t}{zD_s}\beta = \frac{\pi}{4}d_s^2\zeta_{af}, \qquad (12.4)$$

$$\boxed{d_s = \sqrt{\frac{8M_t\beta}{\pi zD_s\zeta_{af}}}}, \qquad (12.5)$$

unde ζ_{af} este rezistenţa admisibilă la forfecare a materialului şurubului.

Cînd şuruburile de strîngere sînt cuprinse în găuri cu joc, transmiterea momentului de răsucire este asigurată prin frecarea dintre discurile cuplajului, iar şuruburile sînt solicitate la întindere ca în cazul cuplajelor cu manşon din două bucăţi. Elementele constructive şi capacitatea de transmitere a acestor cuplaje sînt indicate în STAS 769-73 unde se recomandă folosirea şuruburilor calibrate (de păsuire).

12.2.2. Cuplaje mobile

Astfel de cuplaje se folosesc cînd sînt necesare deplasări axiale, radiale sau unghiulare ale arborilor. Tipurile cele mai reprezentative sînt indicate în figura 12.4.

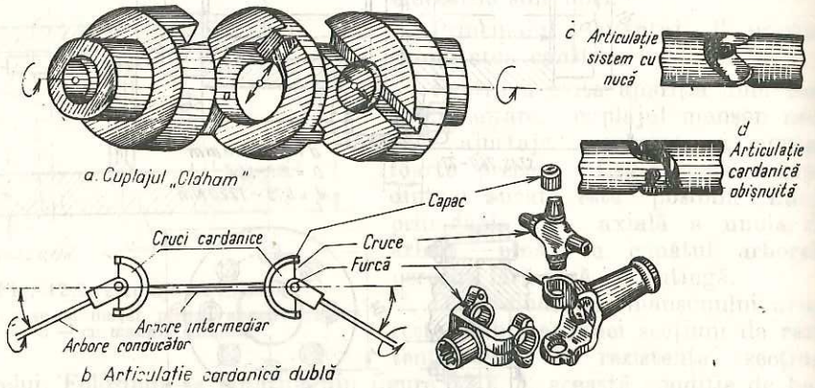


Fig. 12.4. Tipuri constructive de cuplaje permanente mobile:
a — pentru compensarea deplasărilor axiale și radiale (cu disc intermediar);
b, *c*, *d* — pentru compensarea deplasărilor unghiulare (*b* — cu articulație dublă, *c*, *d* — cu articulație simplă).

Acestea sînt cuplaje permanente mobile cu elemente rigide. Mult întrebuințate sînt *cuplajele permanente mobile cu elemente elastice*. Fiind ieftine, simple și ușor de montat, dintre numeroasele variante constructive se utilizează mai frecvent tipul standardizat (fig. 12.5), denumit *cuplaj elastic cu bolțuri*. Elementele elastice sînt executate din piele, cauciuc sau pînză cauciucată. Celelalte elemente se execută din fontă sau din oțel.

Cuplajele elastice prezintă avantajul amortizării șocurilor dinamice la pornire sau în perioada de serviciu.

Dimensiunile cuplajului elastic se aleg din STAS 5982/2-80 și 5982/3-80 pe baza diametrelor arborilor *d* pe care-i cuplează. Verificarea se face com-

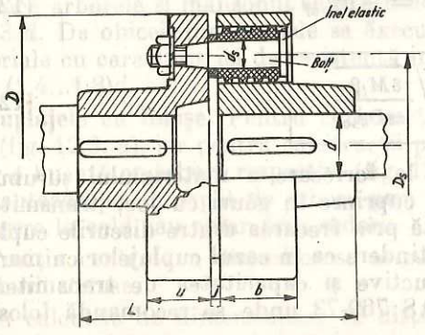


Fig. 12.5. Cuplaj elastic cu bolțuri.

parîndu-se momentul de răsucire al arborelui $M_t = \frac{\pi d^3}{16}\tau_t$ cu momentul echivalent M_e al cuplajului determinat astfel:

$$M_e = M_t K_1 K_2 \qquad (12.6)$$

Coeficienții K_1, K_2 au valorile indicate în tabelul 12.1 în funcție de importanta transmisiei și de regimul de solicitare.

TABELUL 12.1

Valorile coeficienților suprasolicitării K_1 și K_2 (după STAS 5982/2-80 și 5982/3-80)

Importanța transmisiei	K_1	Regimul de solicitare	K_2
Oprirea mașinii	1	Mecanisme solicitate uniform	1
Avarierea mașinii	1,2	Mecanisme solicitate neuniform	1...1,6
Avarierea multor mașini	1,6	Mecanisme solicitate puternic sau cu șocuri	1,6...2
Victime	2,0		

12.3. CUPLAJE INTERMITENTE

Cuplajele intermitente, numite *ambreiaje*, pot fi cuplate (ambreiate) și decuplate (debreiate) în gol, fără demontare și chiar în sarcină cînd sînt prevăzute cu elemente elastice pentru preluarea energiei de șoc.

Numeroasele variante constructive pot fi grupate în două categorii: ambreiaje *comandate* și ambreiaje *automate*.

Oricare din cele două categorii de cuplaje intermitente pot fi realizate prin *contact rigid* sau prin *contact elastic*. Ambreiajele comandate elastic se folosesc în scopul întreruperii temporare a transmiterii mișcării sau ca mijloc de protecție, prin asigurarea unei debreieri rapide, ca în cazul automobilelor. În figura 12.6 este schematizat un tip reprezentativ de cuplaj intermitent comandat rigid, numit ambreiaj cu gheare. Una din părțile cuplajului este fixată rigid pe un capăt al arborelui, iar cealaltă parte se poate cupla și decupla prin decuplarea axială a discului mobil (semicupla) *1*, care este montat cu joc alunecător pe arborele condus.

Ambreierea-debreierea pot fi comandate manual, cu ajutorul pîrghiilor (fig. 12.7), electric, pneumatic sau hidraulic.

Ambreiaje comandate avînd contact elastic. Această categorie este folosită pentru asigurarea ambreierii arborilor sub sarcină, fără a produce șocuri dăunătoare. Astfel, partea ambreiajului montată pe arborele unui motor trebuie să facă posibilă antrenarea arborelui condus din poziția de repaus în regim de turație constantă.

Cuplajele cu frictiune între suprafețe sub sarcină, în perioada ambreierii produc pierderi prin frecare evidențiate prin degajare de căldură. Contactul acestor cuplaje trebuie să fie uniform între suprafețe. Ele trebuie să asigure: posibilități de reglare, de înlocuire a elementelor uzate și evitarea șocurilor și a uzurii premature.

Ambreiaje cu frictiune. Discul mobil C_2 din figura 12.7, solidar cu

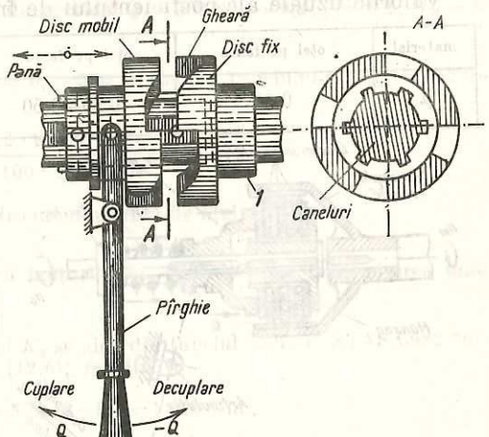


Fig. 12.6. Ambreiaj rigid cu gheare.

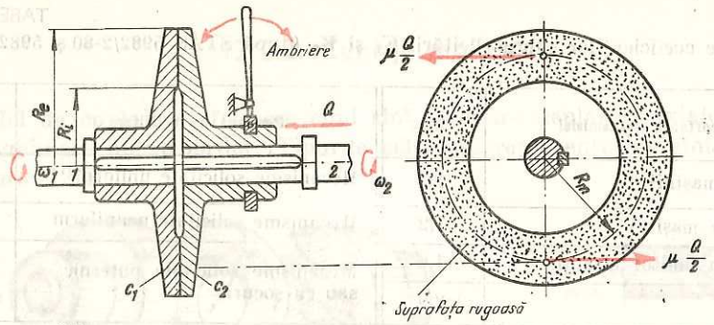


Fig. 12.7. Ambreiaj cu fricțiune avînd suprafețe plane.

arborele său în poziție decuplată are turația $n = 0$, iar discul C_1 montat pe celălalt arbore, are turația de regim $n_1 = n$.

Apăsînd-se asupra discului C_2 cu o forță Q paralelă cu axa arborilor, se realizează contactul cu suprafața discului C_1 care se află în mișcare. Pentru antrenarea sa este necesară menținerea forței Q, care dă naștere unei presiuni p presupusă uniformă pe suprafața de contact. Astfel, între suprafețele de contact apar forțe de frecare a căror rezultantă este $2\mu \frac{Q}{2}$, care este situată la distanța egală cu raza medie $R_m = \frac{R_e + R_i}{2}$.

Momentul produs de forțele de frecare este

$$M_f = 2\mu \frac{Q}{2} R_m = \mu Q R_m. \qquad (12.7)$$

Momentul necesar a fi transmis M_t fiind cunoscut, forța Q necesară realizării ambreierii rezultă din egalitatea $M_f = \beta M_t$, unde β este coeficientul de suprаîncărcare al cuplajului. Se obține astfel:

$$Q = \frac{\beta M_t}{\mu R_m} \qquad (12.8)$$

Valorile uzuale ale coeficientului de frecare uscată μ sînt:

material	oțel pe fontă	oțel pe ferodo	fontă pe fontă	lemn pe oțel
μ	0,15	0,30—0,50	0,15—0,25	0,35—0,5 5

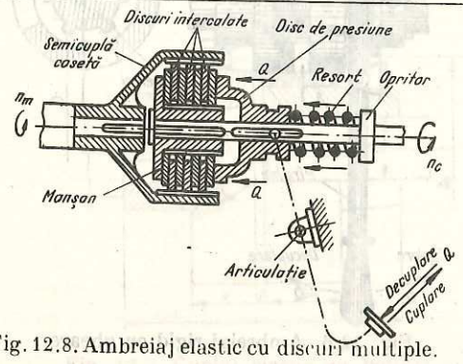


Fig. 12.8. Ambreiaj elastic cu discuri multiple.

Ambreiajele cu fricțiune prin discuri multiple reprezentate în figura 12.8 au o capacitate de transmitere mult mai mare, proporțională cu numărul suprafețelor de contact z:

$$M_f = z\mu Q R_m = \beta M_t,$$

deci:

$$z = \frac{\beta M_t}{\mu Q R_m}. \qquad (12.9)$$

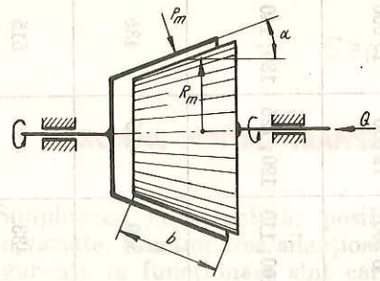


Fig. 12.9. Ambreiaj cu fricțiune conic.

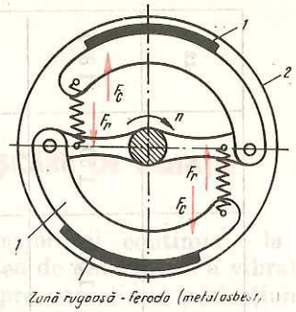


Fig. 12.10. Ambreiaj cu fricțiune centrifug.

Numărul discurilor $z_1 = z + 1$ variază în limite foarte largi, și anume $z_1 = 4...50$ lamele cu grosimea $h = 0{,}2...2$ mm.

Ambreiajele cu fricțiune conice. Cînd asupra unei părți a ambreiajului conic (fig. 12.9) se exercită acțiunea forței Q, se asigură contactul sub presiune pe o suprafață de frecare cu forma conică sub unghiul $\alpha = 8... 10°$, ceea ce permite atît evitarea unei ambreieri bruște cît și blocarea conului.

Dimensiunile de gabarit relativ mari, apariția unei forțe axiale neechilibrate și necesitatea unei centrări riguroase le limitează domeniul de aplicare în construcțiile precise.

Ambreiaje automate. Unul dintre tipurile des utilizate este ambreiajul cu fricțiune centrifug. Bazîndu-se pe acțiunea forțelor centrifuge, ambreierea și debreierea se realizează în mod automat, după cum se poate urmări pe figura 12.10. La o anumită valoare a turației n a arborelui motor se dezvoltă forțele centrifuge F_c ale saboților *1*, astfel încît se învinge forțele arcurilor F_r și se creează o presiune de contact pe tamburul *2* pe care-l antrenează.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Să se determine numărul de discuri de oțel z necesare unui ambreiaj de tipul celui din figura 12.8, fiind date: forța de ambreiere a arcului elicoidal $Q = 500$ N; $\mu = 0{,}2$; $\beta = 1{,}2$; $R_m = 80$ mm; $P = 21$ kW; $n = 1\,500$ rot/min.

Rezolvare: Forța de frecare $F = \mu Q = 0{,}2 \cdot 500 = 100$ N. Aplicîndu-se relația (12.9) se obține

$$z = \frac{\beta M_t}{\mu Q R_m} = \frac{1{,}2 \cdot 9\,550 \cdot 21}{100 \cdot 0{,}8 \cdot 1\,500} = 24;$$

$z_1 = z + 1 = 25$ discuri din tablă de oțel.

2. Să se aleagă un cuplaj elastic cu bolțuri (fig. 12.5) pentru transmiterea unui moment $M_t = 500$ Nm.

Rezolvare: Valorile coeficienților K_1 și K_2 se aleg din tabelul 12.1 (v. STAS 5982-80): $K_1 = 2$; $K_2 = 1{,}6$. Aplicîndu-se relația (12.6), rezultă

$$M_e = M_t K_1 K_2 = 500 \cdot 2 \cdot 1{,}6 = 1\,600 \text{ Nm},$$

pentru care se alege un cuplaj standardizat de mărimea 7, avînd dimensiunile indicate în STAS 5982-80 (tab. 12.2).

TABELUL 12.2

Principalele caracteristici constructive ale cuplajelor elastice cu bolțuri (Extras din STAS 5982-79)

Mărimea / Nr. crt.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Turația maximă, în rot/min	fontă	5 600	5 000	4 500	4 000	3 600	3 000	2 750	2 250	2 000	1 800	1 500	1 350
	oțel	6 000	6 000	6 000	6 000	5 600	5 000	4 500	4 000	3 800	3 500	3 000	2 850
Momentul nominal, în N m		40	69	200	450	775	1 280	2 120	3 350	4 870	8 250	12 800	19 000
d, în mm		20; 22; 24	25; 28	30; 32; 35; 38	40; 42; 45; 48	50; 55; 56	60; 63; 65	70; 71; 75	80; 85	90; 95	100; 110	120; 125	130; 140
D, în mm		86	100	115	155	165	215	235	290	305	330	405	435
L_{max}, în mm		105	127	167	228	228	291	291	353	353	433	435	515

Capitolul 13

ORGANE PENTRU TRANSMITEREA MIȘCĂRII DE ROTAȚIE

Simplitatea constructivă, posibilitatea transmiterii continue — la distanțe variate, funcționarea silențioasă, capacitatea de amortizare a vibrațiilor și siguranța în funcționare sînt caracteristici spre care tinde perfecționarea continuă a transmisiilor mecanice.

Transmiterea directă a mișcării de rotație între doi arbori situați cap la cap se face prin intermediul cuplajelor.

Pentru transmiterea mișcării între arbori situați la o anumită distanță, dispuși într-o anumită poziție, se folosesc mecanisme speciale, numite **transmisii mecanice.**

Transmisiile mecanice se folosesc atît pentru transmiterea cît și pentru transformarea mișcării. Transformarea poate fi cantitativă, cînd se transmite mișcarea sub un anumit raport de transmitere $i \neq 0$, sau calitativă, cînd se produce transmiterea prin transformarea mișcării de rotație în mișcare de translație sau invers.

13.1. TRANSMISII CU CURELE

13.1.1. Noțiuni de bază

Transmisia cu curea este un mecanism avînd rolul de a transmite mișcarea — deci cuplul motor — de la arborele de antrenare la cel antrenat prin intermediul unui *element de tracțiune* numit *curea.*

Cureaua este o bandă închisă (fără fine), flexibilă și extensibilă. Ea se înfășoară și aderă pe suprafețele periferice ale roților de transmisie, fixate pe arbori.

Elementele componente ale transmisiei cu curele sînt: cei doi arbori între care se transmite mișcarea, lagărele de sprijinire a arborilor, două roți de transmisie (una conducătoare și alta condusă), cureaua de legătură ca element de tracțiune și, eventual, un dispozitiv de întindere a curelei. În figura 13.1 sînt reprezentate cîteva tipuri de transmisii mecanice cu curele.

Clasificarea. În funcție de modul înfășurării curelei și de poziția axelor de rotație, se disting următoarele tipuri de transmisii:

— transmisii *paralele* cu același sens de rotație (fig. 13.1, *a*, *e*);

— transmisii *încrucișate*, avînd roțile tot cu axele paralele, dar cu sensurile de rotație opuse (fig. 13.1, *b*, *d*);

— transmisii *încrucișate în spațiu* sub un unghi de 90° (fig. 13.1, *c*) sau sub un unghi oarecare (fig. 13.1, *f*).

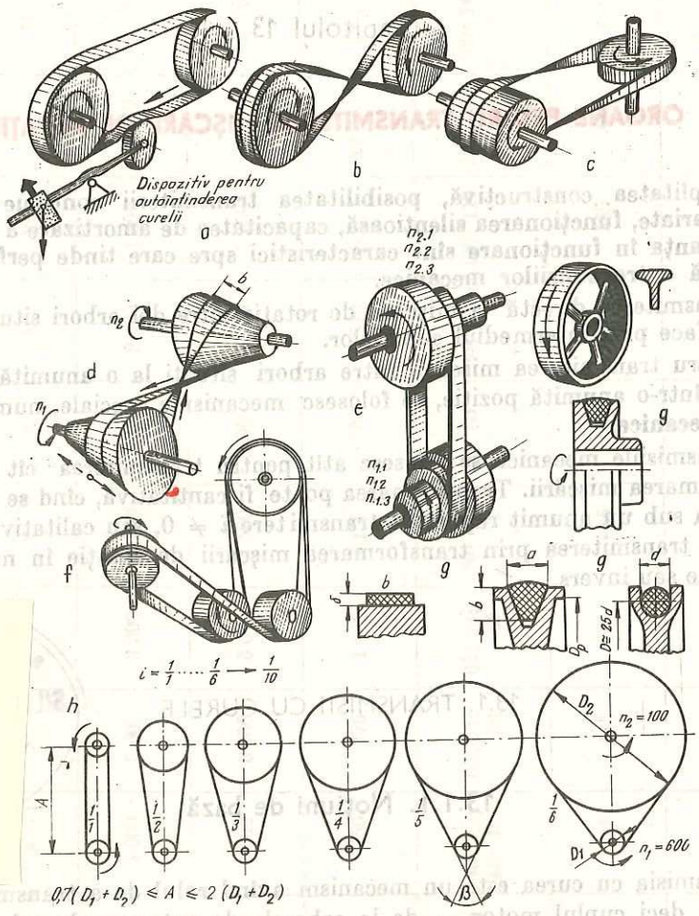


Fig. 13.1. Transmisii prin curele — tipuri de bază şi forme constructive.

În funcţie de forma secţiunii transversale a elementului de tracţiune se disting transmisii cu curele *late*, *trapezoidale* sau *rotunde* (fig. 13.1, *g*).

Avantaje. Flexibilitatea elementului de tracţiune determină funcţionarea liniştită a transmisiei, fără şocuri sau vibraţii. Posibilitatea transmiterii la distanţe mari între axe ($A \leqslant 10$ m), cu un raport de transmitere mare ($i \leqslant 30$), simplitatea constructivă şi eficienţa economică asigură transmisiilor cu curele un larg domeniu de aplicaţie în construcţia de maşini şi aparate. Ele se folosesc pentru transmiterea de puteri de la cele mai mici pînă la 3 000 kW, cu turaţii pînă la 16 000 rot/min şi viteze periferice pînă la 50 m/s.

Domeniul de utilizare este limitat de alunecarea elastică a curelei pe roată în limitele $\varepsilon = 0{,}2...5\%$, ceea ce face imposibilă transmiterea uniformă a mişcării, cu un raport de transmitere constant.

Randamentul transmisiei este foarte ridicat ($\eta = 0{,}92...0{,}98$), iar alunecările elastice pot fi diminuate prin dispozitive de asigurare a unei aderenţe sporite a curelei pe roată (fig. 13.1, *a*).

Exploatarea optimă a curelei este determinată de următoarele condiţii:

— alegerea raţională a diametrului roţii mici $D_1 \geqslant (30...50)\delta$ (δ fiind grosimea curelei — fig. 13.2, *g*);

— menţinerea unei distanţe între axe A, cuprinsă în limitele

$$0{,}7(D_1 + D_2) \leqslant A \leqslant 2(D_1 + D_2);$$

— asigurarea aderenţei curelei pe roţi prin montarea curelei *pretensionate* în repaus cu o forţă S_0 mai mare decît forţa utilă F_u necesar a fi transmisă:

— viteza periferică să nu depăşească 10...30 m/s;

— la transmisiile orizontale (fig. 13.2, *a*) ramura de jos să fie încărcată (conducătoare).

Materiale. Roţile de transmisie se execută din fontă, oţel, aliaje de aluminiu, materiale plastice. Pentru confecţionarea curelelor se întrebuinţează: piele de bovine (crupon), cauciuc sau pînză cauciucată, fibre textile, materiale plastice.

Principalele caracteristici ale materialelor pentru curele sînt indicate în tabelul 13.1.

TABELUL 13.1

Caracteristicile de bază ale materialelor curelelor şi limitele utilizării

Tipul		R_m	E	δ	b	μ	φ_0	V_{max} m/s	t °C
		MPa		mm					
Piele standard		250	500	3—7	20—600	0,4	0,59	50	35
Cauciucat	late	450	500	3—7	20—200	0,5	0,62	40	70
	trapezoidale	5 000	400	Profil STAS		0,35	0,6	50	70
	trapezoidale înguste	5 000	200					50	70

13.1.2. Parametrii geometrici şi cinematici ai transmisiei

Alunecarea elastică a curelei pe roţi se explică prin deformaţia elastică a curelei — datorită alungirii ramurii active. Analizînd vitezele ramurii active v_1 şi ramurii pasive v_2, rezultă că, în timpul funcţionării transmisiei, în curea are loc trecerea de la viteza v_1 din ramura activă la valoarea v_2 în ramura pasivă în care cureaua rămîne mai groasă, deci $v_1 > v_2$, adică $v_2/v_1 < 1$; în acelaşi timp, viteza periferică a roţii conduse (V_2) este mai mică decît cea a roţii conducătoare (V_1), datorită fenomenului de alunecare elastică a curelei pe periferia roţilor. Pentru caracterizarea cantitativă a acestui fenomen se foloseşte *coeficientul de alunecare elastică* ε, care exprimă pierderea relativă de viteză în transmiterea mişcării, adică

$$\varepsilon = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \text{ sau în procente } \varepsilon = 100\,\frac{V_1 - V_2}{V_1}\,\%.$$

Coeficientul de alunecare elastică variază în limitele $\varepsilon = 0{,}2...5\%$.

Raportul de transmitere, se calculează aproximativ făcîndu-se abstracţie de influenţa alunecării curelei, deci în ipoteza vitezelor egale $v_1 = v_2$. Rezultă

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1}. \qquad (13.1)$$

În practică se recomandă $i \leqslant 8$.

Cînd se cere o valoare mai precisă a raportului de transmitere, se ia în consideraţie alunecarea specifică prin coeficientul caracteristic ε astfel:

$$D_2 n_2 = D_1 n_1 (1 - \varepsilon); \text{ deci: } D_2 = D_1 \frac{n_1}{n_2} (1 - \varepsilon). \qquad (13.2)$$

Notînd cu δ grosimea curelei late (fig. 13.1, *g*), diametrul limită D_1 favorabil înfăşurării curelei este: $D_1 \geqslant 50\delta$. Practic se ia $D_1 = (50...80)\delta$, care poate fi determinat cu relaţia aproximativă a lui Saverin:

$$D_1 \approx (900...1\,100) \sqrt[3]{\frac{P_c}{n_1}} \text{ [mm]}, \qquad (13.3)$$

unde $P_c = \frac{P}{\eta}$ este puterea de calcul; P — puterea necesară maşinii antrenate; $\eta = 0{,}95$ — randamentul transmisiei; n_1 = turaţia roţii motoare.

D_1 se rotunjeşte la valoarea indicată în STAS 6011-83.

În cazul curelelor cu secţiune trapezoidală, diametrul favorabil S_1 a roţii mici este indicat în standard (STAS 1162-84) în funcţie de secţiunea curelei.

Lungimea curelei înfăşurate pe roţi trebuie determinată, întrucît lungimea reală a curelei închise, nemontate, trebuie să fie mai mică. Această diferenţă rezultă din necesitatea montării curelei pe roţi prin întindere sau pretensionare. Ca urmare este asigurată aderenţa curelei pe roţi şi din această cauză în curea apare o forţă care solicită transmisia atît în funcţionare cît şi la mersul în gol.

În cazul transmisiilor cu posibilităţi de reglare a întinderii, lungimea geometrică este egală cu lungimea reală L, dată de relaţia

$$L = \pi D_m + 2A + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A}, \qquad (13.4)$$

în care:

$D_m = \frac{D_1 + D_2}{2}$; A — distanţa dintre centrele roţilor.

Principalele elemente geometrice ale transmisiei în ipoteza întinderii liniare a ramurilor curelei sînt indicate în figura 13.2.

La curelele trapezoidale lungimea L se rotunjeşte la valoarea indicată în standard. În acest caz, din ecuaţia de gradul doi (13.4) cu variabila A rezultă

$$A = 0{,}25\left[L - \pi D_m + \sqrt{(L - \pi D_m)^2 - 2(D_2 - D_1)^2}\right]. \qquad (13.5)$$

La curelele plate (cu secţiune dreptunghiulară) îmbinarea capetelor se face prin: cusătură cu agrafe speciale, prin lipire, prin coasere, cu şuruburi sau cu nituri. De modul îmbinării capetelor se ţine seama la corectarea lungimii L.

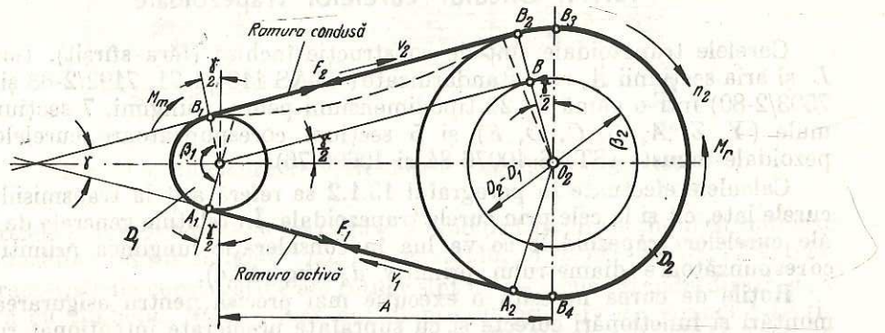


Fig. 13.2. Principalele elemente geometrice ale transmisiei.

Unghiul de înfăşurare β. Buna funcţionare a transmisiei este condiţionată şi de unghiul β_1 corespunzător înfăşurării curelei pe roata mică (fig. 13.2). La curelele late $\beta_1 > 150°$, iar la cele trapezoidale $\beta_1 > 110°$.

Distanţa dintre axe A. Valoarea unghiului de înfăşurare β_1 creşte cu distanţa dintre axele de rotaţie. Valoarea minimă limitează distanţa dintre axe în funcţie de diametrul roţii mari D_2, după cum se indică pe figura 13.1.

13.1.3. Construcţia roţilor pentru curele late

Roţile pentru curele late se construiesc cu spiţe (fig. 13.3, *a*) sau sub formă de disc (fig. 13.3, *b*). Numărul z al braţelor se determină cu relaţia empirică $z = \left(\frac{1}{5} \cdots \frac{1}{7}\right) D$, unde D este diametrul roţii de curea, în mm. Dacă $z \leqslant 3$, roata se construieşte sub formă de disc. Pe figuri sînt indicate, orientativ datele constructive de bază ale roţilor pentru curele late.

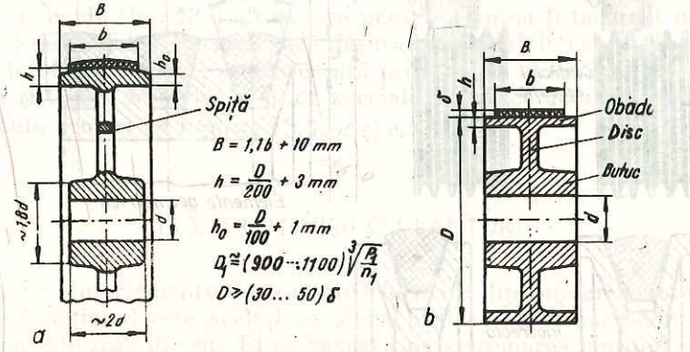


Fig. 13.3. Elementele şi formele constructive ale roţilor de transmisie prin curele:
a — cu spiţe; *b* — cu disc.

13.1.4. Calculul curelelor trapezoidale

Curelele trapezoidale sînt de construcție închisă (fără sfîrșit). Lungimea L și aria secțiunii A_c sînt standardizate (STAS 1164/1-71, 7192/2-83 și STAS 7503/2-80) într-o gamă de 27 tipodimensiuni pentru lungimi, 7 secțiuni normale (Y, Z, A, B, C, D, E) și 5 secțiuni corespunzătoare curelelor trapezoidale înguste (STAS 10076-84 și 10696-76).

Calculele efectuate în paragraful 13.1.2 se referă atît la transmisiile prin curele late, cît și la cele prin curele trapezoidale. În relațiile generale de calcul ale curelelor trapezoidale se va lua în considerație lungimea primitivă L_d corespunzătoare diametrului primitiv d_d (fig. 13.4).

Roțile de curea necesită o execuție mai precisă pentru asigurarea unei montări și funcționări corecte și cu suprafețe prelucrate intenționat rugoase în vederea asigurării unei frecări cît mai mari cu suprafețele curelelor.

Deoarece secțiunile, lungimea curelelor și caracteristicile roților destinate curelelor trapezoidale sînt standardizate, nu rămîne decît să se aleagă din tabele STAS secțiunea și lungimea curelei, apoi să se determine numărul de curele z necesar transmiterii unei puteri efective date P, în kW:

$$z = \frac{P}{P_0 K_1 K_2} \leqslant 12 \text{ [curele].} \qquad (13.6)$$

În această relație P_0 reprezintă puterea specifică transmisă de o singură curea cu secțiunea A_c dată în tabele (STAS 1163-71), iar K_1 și K_2 sînt coeficienții de corelație; K_1 depinde de regimul de lucru și de tipul mașinii antrenate, iar K_2 depinde de unghiul de înfășurare a curelelor pe roata mică. Valorile lor sînt date în standard (STAS 1163-71), unde este cuprinsă întreaga metodologie de calcul.

Raportul de transmitere i se determină în funcție de valorile diametrelor primitive:

$$i = d_{d_2}/d_{d_1}.$$

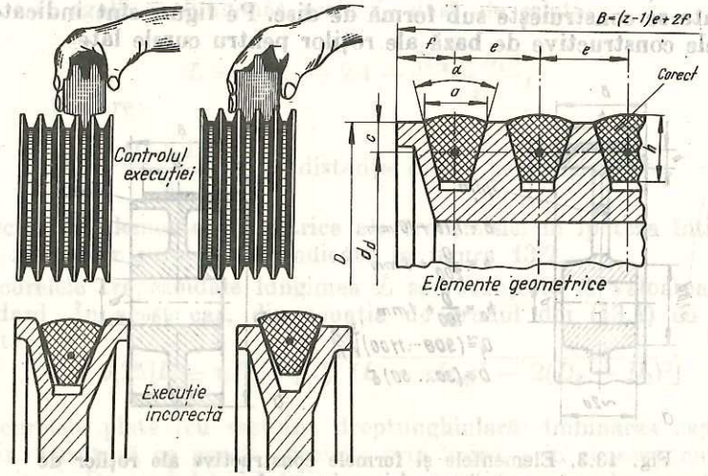


Fig. 13.4. Execuția corectă și cea incorectă a canalelor de curea.

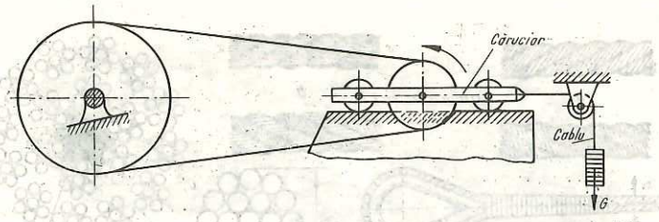


Fig. 13.5. Autoîntinderea curelei prin dispozitiv cu greutăți.

Curelele trapezoidale se notează prin simbolul tipului secțiunii și numărul corespunzător valorii lungimii L_d. De exemplu, A 2 500 STAS 1164/1-71.

Caracteristicile constructive ale roților sînt de asemenea standardizate și se notează cu simbolul RCT urmat de: diametrul primitiv d_d, simbolul secțiunii canalului și unghiul canalului. De exemplu, RCT 800 B 34° STAS 1162-84 (roată pentru curea trapezoidală tipul B cu unghiul canalului $\alpha = 34°$).

Pentru preîntinderea curelelor și menținerea tensiunii necesare asigurării aderenței optime se folosesc diferite sisteme. Un dispozitiv obișnuit cu contragreutăți este schematizat în figura 13.5. Acest sistem se aplică atunci cînd lagărul roții motoare este mobil.

13.2. TRANSMISII CU CABLU

13.2.1. Noțiuni generale

Transmisia cu cablu funcționează tot prin aderență ca și transmisia cu curele.

Ca organ intermediar de tracțiune, *cablul* este un ansamblu format din fire textile sau metalice grupate prin *cablare* (răsucire elicoidală sau împletire) (fig. 13.6). Se disting: cabluri *rotunde* (fig. 13.6, *a*...*d*); cabluri *plate*; cabluri cu *toron rotund sau profilat*; cabluri cu *inimă nemetalică* (vegetală — minerală — sau din fire sintetice); cabluri răsucite spre *dreapta* sau spre *stînga* (fig. 13.6, *b*) sau cu firele spre dreapta, iar toroanele spre stînga și invers.

Domeniul de utilizare a cablurilor este foarte larg. Ele se folosesc în special la mașinile de ridicat și de transportat (fig. 13.6, *f* — electropalanul), la scripeți, la macarale, trolii, excavatoare, teleferice ș.a.

Îmbinarea cablurilor este necesară pentru a obține lungimi mari. Fixarea capetelor de cablu (fig. 13.6, *d*) se face pentru a putea fi încărcat la unul din capete și legat solidar cu toba de înfășurare la celălalt capăt. Bucla de capăt a cablului (fig. 13.6, *e*) este necesară prinderii la cîrligul de ridicare. Pentru fixare și legare se aplică metode speciale, specifice acestui element, după cum se poate urmări pe figurile 13.6, *d* și *e*.

13.3. TRANSMISII CU LANȚURI

Lanțurile sînt elemente de tracțiune formate din *zale* articulate între ele. Rolul lor funcțional este același ca al cablurilor sau al curelelor. Principiul transmisiei este însă diferit. El se bazează pe angrenarea lanțului cu dantura roților speciale (fig. 13.7).

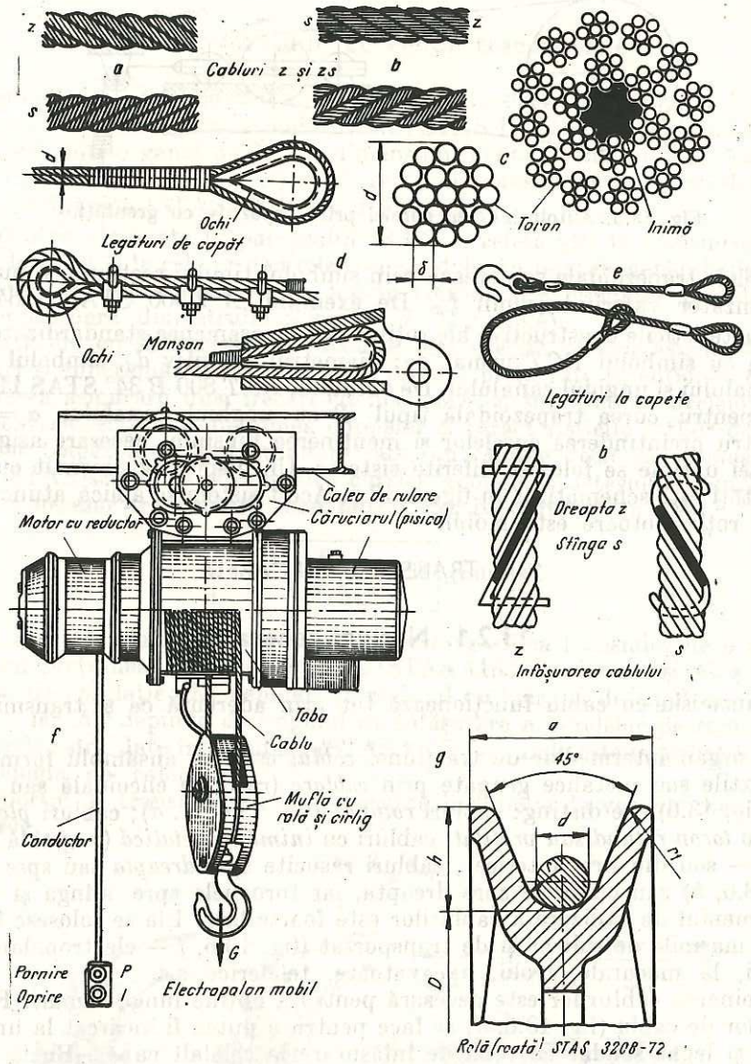


Fig. 13.6. Cabluri şi role — forme constructive.

Transmisia prin lanţ se utilizează la acţionarea manuală a palanelor, la antrenarea arborilor paraleli din cutiile de viteze, la maşinile rutiere, la maşinile agricole, la acţionarea troliilor instalaţiilor de foraj etc.

Tipurile de lanţuri se deosebesc prin forma zalelor (fig. 13.7) şi a danturii roţilor respective.

Lanţurile de transmisie cu role şi zale sînt standardizate şi simbolizate în aproape 40 tipodimensiuni (STAS 5174-66).

În general, se utilizează pentru transmiterea mişcării între axe paralele distanţate pînă la 10 m.

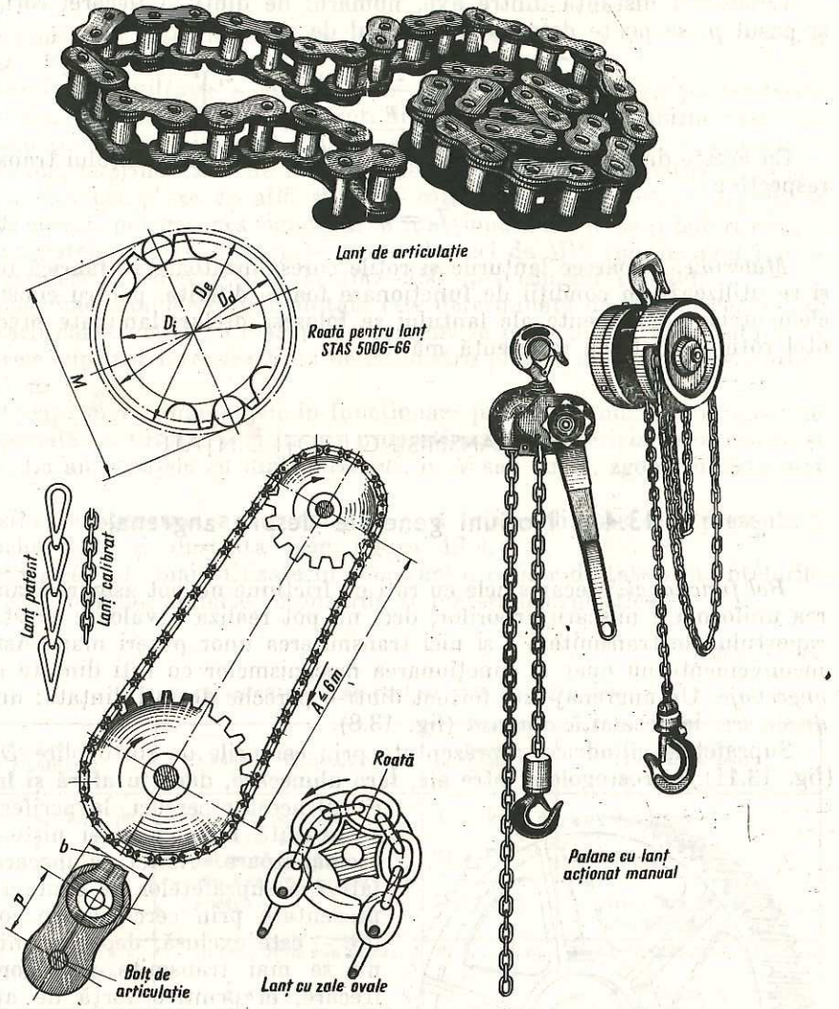


Fig. 13.7. Diferite forme constructive de lanţuri şi transmisii cu lanţ.

Raportul de transmitere i se poate determina astfel:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1}; \qquad (13.7)$$

$i \leqslant 8$ pentru viteze medii şi $i \leqslant 15$ pentru viteze lente.

Distanţa optimă dintre axe se determină cu relaţia

$$\boxed{A = (30...50)p} \text{ [mm]}, \qquad (13.8)$$

p fiind arcul dintre doi dinţi consecutivi, măsurat pe diametrul primitiv.

Pentru asigurarea săgeţii de montaj a lanţului se micşorează distanţa dintre axe A cu $(0{,}002...0{,}004)A$.

Cunoscînd distanța dintre axe, numărul de dinți ai fiecărei roți, z_1, z_2 și pasul p, se poate determina numărul de zale n:

$$n = \frac{z_1 + z_2}{2} + \frac{2A}{p} + \frac{p}{A}\left(\frac{z_2 - z_1}{2}\right)^2. \qquad (13.9)$$

Cu aceste date se poate determina lungimea necesară lanțului transmisiei respective:

$$L = n \cdot p. \qquad (13.10)$$

Materiale. Deoarece lanțurile și roțile corespunzătoare se fabrică în serie și se utilizează în condiții de funcționare foarte diferite, pentru construcția elementelor componente ale lanțului se folosesc oțeluri laminate precum și oțel rotund aliat, cu rezistență mărită.

13.4. TRANSMISII CU ROȚI DINȚATE

13.4.1. Noțiuni generale despre angrenaje

Rol funcțional. Mecanismele cu roți cu fricțiune nu pot asigura transmiterea uniformă a mișcării arborilor, deci nu pot realiza o valoare constantă a raportului de transmitere i și nici transmiterea unor puteri mari. Astfel de inconveniente nu apar în funcționarea mecanismelor cu roți dințate numite *angrenaje*. Un angrenaj este format dintr-o pereche de roți dințate: una *conducătoare*, iar cealaltă *condusă* (fig. 13.8).

Suprafețele cilindrice, reprezentate prin cercurile de rostogolire D_{r1}, D_{r2} (fig. 13.11), se rostogolesc între ele, fără alunecare, dacă în afară și în interiorul acestor cercuri, la periferia lor, se execută niște *dinți* și niște goluri asemănătoare. Astfel, alunecarea relativă a suprafețelor de contact — reprezentate prin cercurile de rostogolire — este exclusă, deoarece mișcarea nu se mai transmite prin forța de frecare, ci printr-o forță de apăsare între dinți. În perioada transmiterii mișcării, dinții roții conducătoare pătrund succesiv în golurile dintre dinții roții pereche și realizează o presiune de contact antrenîndu-i prin *angrenare*. Raportul de transmitere i este constant:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1}{v_1} = \frac{D_{r2}}{D_{r1}} = \text{const.} \qquad (13.11)$$

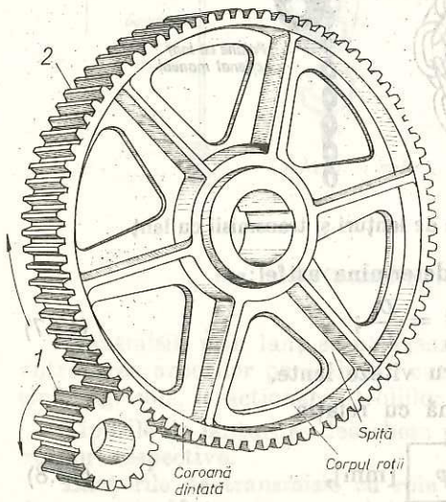


Fig. 13.8. Angrenaj cu roți dințate cilindrice cu dinți drepți:
1 — roată conducătoare; *2* — roată condusă.

Formele constructive ale angrenajelor reale sînt variate. Un exemplu caracteristic este reprezentat în figura 13.8.

Transmiterea mișcării este însoțită de transmiterea unor momente de torsiune M_t.

Domeniul de utilizare a angrenajelor este vast. În construcția modernă de mașini și aparate, transmisia cu roți dințate constituie mecanismul cel mai important și cel mai utilizat. Astfel, construcția unui automobil, ca și aceea a unui strung, cuprinde zeci de roți dințate. În schemele cinematice ale unor mașini-unelte complexe se află sute de roți dințate. Executate îngrijit și montate corect, pot garanta siguranța în funcționare la viteze și puteri reduse (cazul aparatelor tip ceasornic), la puteri de zeci de MW (mașini grele) și la viteze periferice, ridicate pînă la 100—150 m/s (mașini rapide).

Gama dimensiunilor roților dințate este determinată de stadiul general al dezvoltării construcției de mașini. În prezent se pot executa roți dințate cu diametrele cuprinse între fracțiuni de milimetru pînă la diametre de strunjire $D_e > 10$ m.

La turații mari, angrenajele în funcționare produc zgomote de intensitate proporțională cu turația n și invers proporțională cu precizia de execuție și montaj. La angrenajele cu dinți *înclinați*, în V sau curbi, zgomotul este mai redus.

Clasificarea generală a angrenajelor și a roților dințate este prezentată în tabelul 13.2 și ilustrată prin figura 13.9.

Materialele cele mai utilizate în construcția roților dințate sînt: oțelurile (tab. 13.3), fontele, alamele, bronzurile și materialele plastice.

TABELUL 13.2

Tipuri reprezentative de roți dințate și angrenaje

Criteriul de clasificare	Denumirea angrenajului	Poziția în figura 13.9	Denumirea roții
Poziția axelor de rotație	— cu axe paralele	1, *a*, *b*, *c*, *d*	— cilindrică
	— cu axe care se intersectează în plan	II-*e*	— conică
	— cu axe încrucișate în spațiu	III-*f*, *g*, *h*	— elicoidală (f, h) și cu cremalieră (g)
Sensul de mișcare al roților angrenate	— în sens opus sau diferit	*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*	— cu dantura exterioară
	— în același sens	*c*	— cu dantura în interior
Caracterul mișcării	— fără transformarea mișcării de rotație	*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *h*, *f*	— cu roată
	— cu transformarea mișcării de rotație în mișcare de translație sau invers	*g*	— roată cremalieră
Orientarea axei longitudinale a dinților față de generatoarea suprafeței supuse danturării	— corespunde denumirilor roților	*a*, *c*, *e*, *g*	— cu dinți drepți
		b	— cu dinți înclinați (elicoidali)
		d	— cu dinți înclinați în V sau W
		f	cu dinți curbi
Forma suprafeței de danturare	— corespunde denumirilor roților	*a*—*d*	— cilindrică
		e—*f*	— conică
		h	— melcată
		—	— alte forme de revoluție
		—	— necirculare
După forma curbei flancurilor	—	*a*—*h*	— evolventă; cicloidală; — arc de cerc

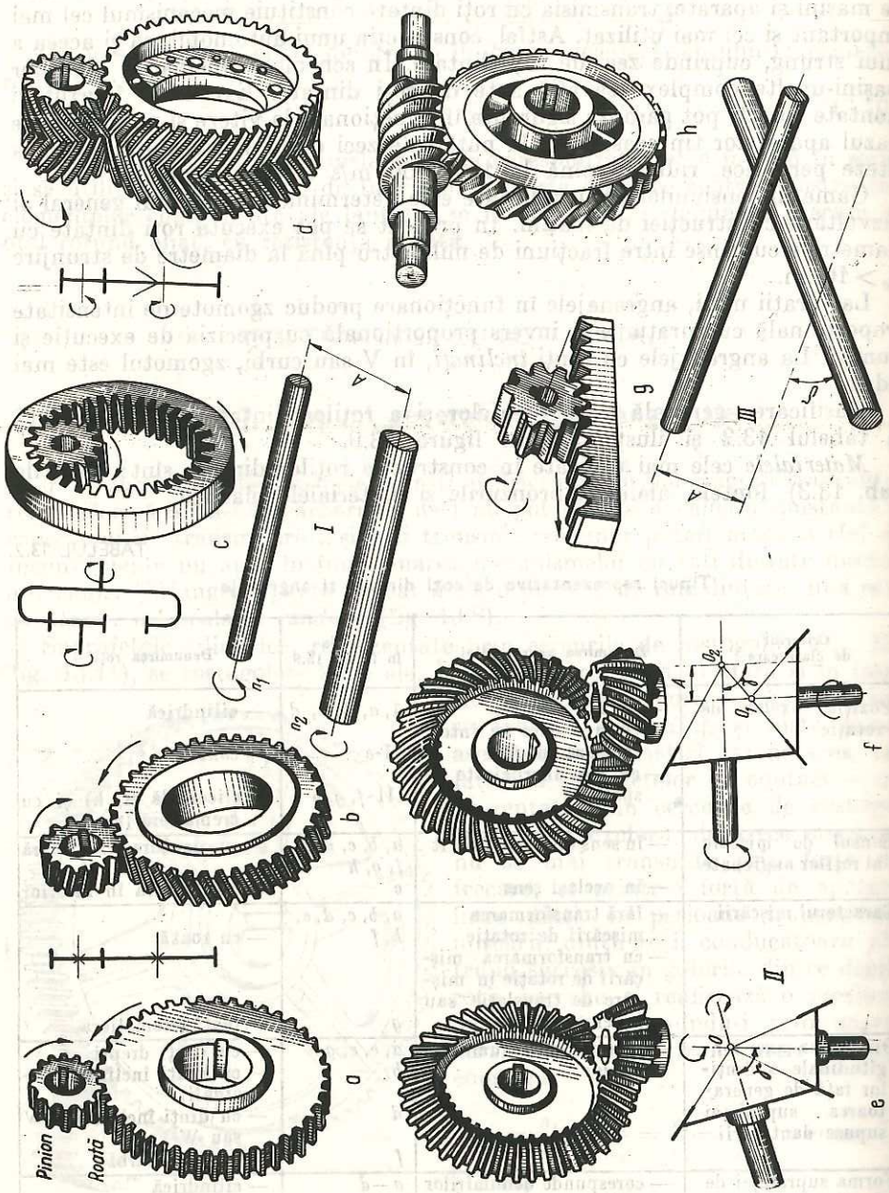


Fig. 13.9. Principalele tipuri de angrenaje cu roți dințate.

TABELUL 13.3

Caracteristici mecanice ale principalelor oțeluri pentru angrenaje

Grupa		Marca	TT	HB miez	HV10 sup.	R_m MPa	$R_{r0,2}$ MPa
Categoria oțelului	turnat	OT 50	N	138		500	280
		OT 60	N	175		600	235
	de îmbunătățire	OLC 45	N	185		700	800
			Î	200		800	340
			CIF	185	560	1 000	
			$Î+N_i$	220	580—400	800—1 100	
		35 Cr 10 (40 Cr 10)	N	197		950	750
			Î	217			
			CIF	260	610	1 150	
			$Î+N_i$	260	550	1 500	
			Cn	260	595		
		41 MoCr 11	Î	217		950	750
			CIF	275	650	1 300	
			Î+Nb	275	500	1 450	
			Î+Ni	290	720		
	de cementare	OLC 15	N	143		230	380
			Ce	190	720	900	
		21MoMnCr12	Cr	300		750	900
			Ce	200	720		
		18 MoCrNi 12	Cr	217		1 750	950
			Ce	290	740	1 700	
		34 MoCrNi 15	Ce	Necesită încercări experimentale speciale			

Obs.: TT — tratamentul termic; *N* — normalizat; *Î* — îmbunătățit; *CIF* — călit superficial prin curenți de inducție; *Ni* — ion nitrurat; *Nb* — nitrurat în baie; *Cn* — carbonitrurat; *Ce* — carburat (cementat); *Cr* — călit cu revenire joasă.

13.4.2 Condiţiile de bază ale construcţiei profilului

Profilul dinţilor trebuie astfel construit încît să asigure un raport de transmitere constant, printr-o mişcare continuă. Aceasta este *condiţia fundamentală* a formei geometrice a flancurilor profilului angrenajelor cu roţi dinţate. Una din curbele geometrice care satisface această condiţie şi se execută cu uşurinţă este *evolventa*.

Evolventa este curba descrisă de un punct M ce aparţine unei generatoare TT care se rostogoleşte peste un cerc numit cerc de bază avînd raza R_b (fig. 13.10). Suprafaţa evolventică este generată de o dreaptă ce aparţine unui plan care se rostogoleşte peste suprafaţa unui cilindru.

Urmărind construcţiile grafice din figurile 13.10 şi 13.11, se pot obţine demonstrativ o succesiune de relaţii analitice de calcul şi concluzii de bază necesare construcţiei profilului danturii evolventice, dintre care se menţionează:

— Profilurile dinţilor a două roţi conjugate trebuie astfel construite încît curbele flancurilor să admită o normală comună NN (fig. 13.11).

Normala comună NN este şi tangentă comună la cercurile de raze R_{b1} şi R_{b2}, punctul C generînd cele două flancuri în contact cînd se rostogoleşte pe un cerc sau pe celălalt cerc de bază.

— De la intrarea în angrenare (primul contact) pînă la ieşirea din angrenare (ultimul contact), o pereche de dinţi se menţin permanent în contact, descriind traiectoria *de angrenare* (fig. 13.11).

— Normala comună NN *împarte* distanţa dintre centrele de rotaţie $O_1O_2 = A = \text{const.}$ în *două părţi* constante: $O_1P = R_{r1}$ şi $O_2P = R_{r2}$.

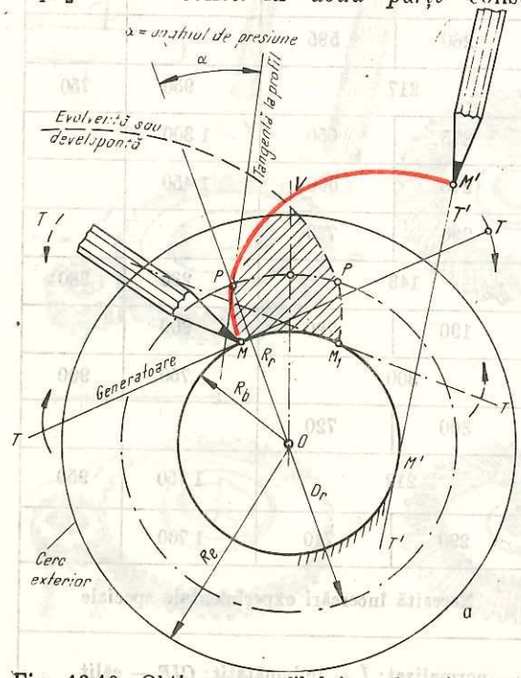


Fig. 13.10. Obţinerea profilului evolventic al danturii:
a — trasarea profilului; *b* — curbe evolvente cu caracteristici diferite.

— Traiectoria t_1t_2 descrisă de succesiunea punctelor de contact C de la intrarea pînă la ieşirea din angrenare se numeşte *linie de angrenare.*

— Punctul P prin care trece linia de angrenare t_1t_2, suprapusă tangentei comune NN, deci normalei comune, reprezintă centrul instantaneu de rotaţie a cercurilor de rostogolire fără alunecare. Acest punct P se numeşte *polul angrenării.*

— Direcţia tangentei comune NN la cercurile de bază R_{b1}, R_{b2} defineşte cu direcţia tangentei TT (comună la cercurile de rostogolire R_{r1}, R_{r2} şi perpendiculară pe direcţia centrelor de rotaţie $O_1O_2 = A$) unghiul de angrenare $\alpha = \alpha_0 = 20°$ **(STAS 821-82).**

— Pentru ca două roţi dinţate să poată angrena este necesar ca flancurile succesive să fie situate la acelaşi arc, numit pas p (fig. 13.11).

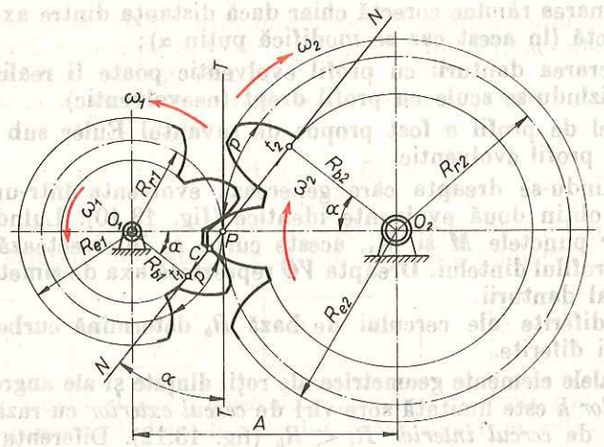


Fig. 13.11. Condiţia de bază a angrenării cu raport de transmitere constant (i = constant).

Aceste condiţii fundamentale sînt cel mai bine satisfăcute de *curbele ciclice* de tipul *evolventei* şi al *cicloidei.*

Caracteristicile geometrice ale evolventei uşurează procesul tehnologic al prelucrării danturii. De aceea, dantura cu profil evolventic este mai frecvent utilizată în construcţia roţilor dinţate.

Gradul de acoperire. O altă condiţie necesară realizării unui raport de transmitere constant este realizarea unui grad de acoperire $\varepsilon > 1$. Determinarea gradului de acoperire şi analiza valorii sale permit să se aprecieze cîte perechi de dinţi conjugaţi se află simultan în angrenare; ε are expresia

$$\varepsilon = \frac{\widehat{C_1PC_2}}{p} = \frac{\textit{arcul de angrenare}}{\textit{pas}}.$$

Arcul de angrenare $\widehat{C_1PC_2}$ este descris de punctul de contact C, din momentul intrării pînă în momentul ieşirii din angrenare a două flancuri conjugate.

Gradul de acoperire $\varepsilon > 1$ indică intrarea în angrenare a perechii de dinţi următoare, înaintea ieşirii din angrenare a perechii de dinţi precedente. Astfel contactul dintre doi dinţi este permanent, deci angrenarea este continuă (i = const.). Roţile dinţate de precizie trebuie să realizeze un grad de acoperire $\varepsilon \geq 1{,}1$. Dacă $\varepsilon < 1$, mişcarea se transmite discontinuu. Angrenajele puternic solicitate — cu funcţionare rapidă — necesită un grad de acoperire mai mare, $\varepsilon > 1{,}3$.

13.4.3. Roţi cilindrice cu dinţi drepţi

Dantura cu profil evolventic. Cele mai utilizate în practică sînt roţile dinţate cu profil evolventic, deoarece oferă următoarele avantaje remarcabile, neîntîlnite la celelalte profiluri:

— caracteristicile evolventei depind numai de mărimea cercului de bază;

— orice roată de profil evolventic poate angrena cu o altă roată din familia profilurilor evolventice avînd aceiaşi parametri de bază α şi m;

— angrenarea rămîne corectă chiar dacă distanţa dintre axe A nu rămîne riguros exactă (în acest caz se modifică puţin α);

— prelucrarea danturii cu profil evolventic poate fi realizată fără dificultăţi, utilizîndu-se scule cu profil drept (neevolventic).

Un astfel de profil a fost propus de savantul Euler sub denumirea de angrenaj cu profil evolventic.

Rostogolindu-se dreapta care generează evolventa într-un sens sau în celălalt, se obţin două evolvente identice (fig. 13.10). Luînd ca origine a evolventelor punctele M şi M_1, aceste curbe se intersectează în punctul V şi definesc profilul dintelui. Dreapta VO reprezintă axa de simetrie a profilului evolventic al danturii.

Mărimi diferite ale cercului de bază R_b determină curbe evolvente cu caracteristici diferite.

Principalele elemente geometrice ale roţii dinţate şi ale angrenajului. *Înălţimea dinţilor* h este limitată spre vîrf de *cercul exterior* cu raza $R_e > R_b$, iar în interior, de *cercul interior* $R_i < R_b$ (fig. 13.12). Diferenţa $R_b - R_i = c$ se numeşte *joc la fund*. El este necesar pentru ca vîrful dinţilor unei roţi să nu atingă roata pereche pe zona diametrului interior dintre dinţi, spre a nu bloca angrenajul.

Cercul de rostogolire trece aproximativ pe la jumătatea distanţei dintre cercul de bază şi cel exterior (măsurată în direcţia razei). *Capul dintelui* reprezintă distanţa a dintre cercul de rostogolire şi cel exterior, iar *piciorul dintelui*, distanţa b dintre cercul de rostogolire şi cel interior. Între aceste mărimi există relaţia $a + b = h$. Deoarece flancul dintelui coboară puţin sub cercul de bază, $b > a$. Zona activă a flancului dintelui este cuprinsă între D_b şi D_e.

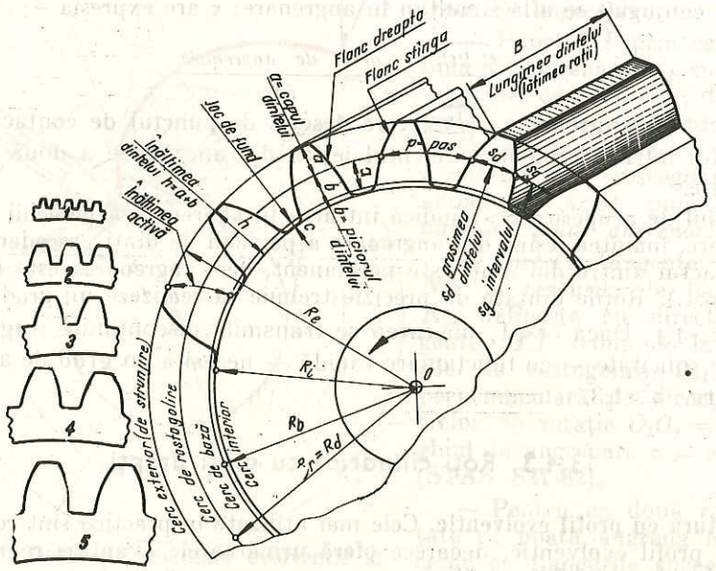


Fig. 13.12. Elementele de bază ale unei roţi dinţate:
1—5 creşterea profilului danturii în funcţie de modul.

Pasul circular p se obţine prin măsurarea lungimii arcului pe cercul de rostogolire (numit şi *cerc de divizare* de rază R_r) între flancurile de acelaşi sens a doi dinţi alăturaţi (fig. 13.12).

Între lungimea cercului de divizare πD_r, numărul de dinţi z al unei roţi dinţate şi pasul p există legătura

$$zp = \pi D_r, \text{ deci } z = \frac{\pi}{p} D_r = \frac{D_r}{m}. \qquad (13.12)$$

Din aceste relaţii se poate scrie expresia pasului p, a modulului m, a diametrului cercului de rostogolire D_r (în mm) şi a numărului de dinţi z.

$$\boxed{p = \frac{\pi D_r}{z};} \quad \boxed{m = \frac{p}{\pi}} \quad \boxed{D_r = mz;} \quad \boxed{z = \frac{D_r}{m}.} \qquad (13.12a)$$

Modulul m, numit şi *pas diametral*, şi numărul de dinţi z al fiecărei roţi dinţate sînt parametrii de bază în calculul mecanismelor cu roţi dinţate.

Pentru asigurarea angrenării dinţilor, perechea de roţi trebuie construită cu acelaşi pas $p = p_1 = p_2$. Deoarece $m = \frac{p}{\pi}$, rezultă că cele două roţi au şi acelaşi modul m. Prin STAS 822-82 au fost limitate valorile modulului, în mm, la mărimile indicate în tabelul 13.3.

TABELUL 13.3

Valcrile reccmandate ale modulului m, în mm (STAS 822-82)

0,05	0,06	0,08	0,1	0,12	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4
0,5	0,6	0,8	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4
5	6	8	10	12	16	20	25	32	40
50	60	80	100						

Pasul p şi diametrul cercului de rostogolire D_r se folosesc în calcule pentru determinarea altor parametri de bază ai angrenajului.

Raportul de transmitere poate fi exprimat prin raportul numerelor de dinţi ai celor două roţi z_1 şi z_2. Deoarece $i = D_{r2}/D_{r1}$, iar $D_r = zm$ (m fiind acelaşi pentru cele două roţi), rezultă

$$i = \frac{D_{r2}}{D_{r1}} = \frac{z_2 p}{z_1 p} = \frac{z_2}{z_1}. \qquad (13.13)$$

Relaţia generală care exprimă raportul de transmitere este

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_{r2}}{D_{r1}} = \frac{D_{b2}}{D_{b1}} = \frac{z_2}{z_1} = \text{const.} \qquad (13.14)$$

Un angrenaj de roţi dinţate cilindrice poate realiza un raport de transmisie $i < 10$, iar unul de roţi conice un raport $i \leqslant 4 \ldots 6$.

Înălţimea dintelui $h = a + b$ se determină în funcţie de modul: $a = m$; $b = 1{,}25$ m; $c = 0{,}25$ m; deci $h = a + b = m + 1{,}25\,m = 2{,}25\,m$.

Parametrii menţionaţi pot fi folosiţi pentru calculul diametrelor celorlalte cercuri ale roţii dinţate. Urmărind figura 13.12, rezultă

$$D_e = D_r + 2a = zm + 2m = m(z + 2)\ [mm]; \qquad (13.15)$$

$$D_i = D_r - 2b = zm - 2 \cdot 1{,}25\,m = m(z - 2{,}5)\ [mm]; \qquad (13.16)$$

$$D_b = D_r - 2a = zm - 2m = m(z - 2)\ [mm]. \qquad (13.17)$$

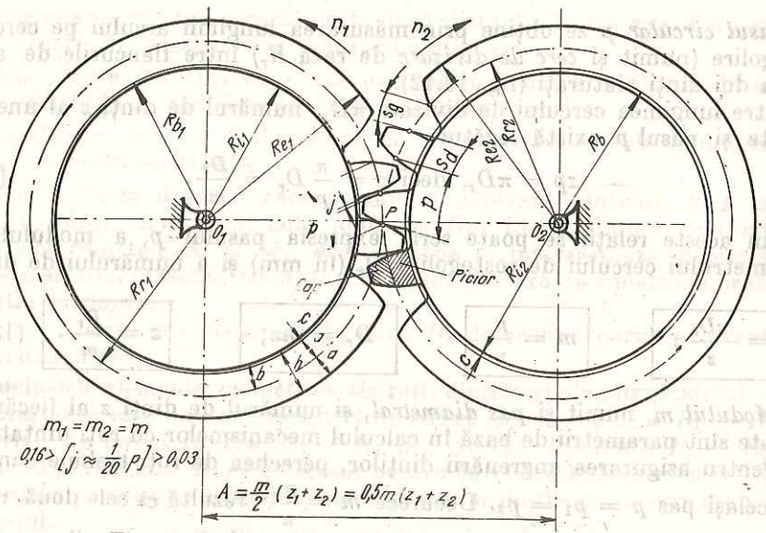


Fig. 13.13. Elemente geometrice ale angrenajului.

Distanța dintre axele arborilor roților dințate $A = R_{r1} + R_{r2}$ poate fi exprimată prin parametrii de bază, avînd în vedere relațiile (13.15) și figura 13.11:

$$A = \frac{D_{r1}}{2} + \frac{D_{r2}}{2} = \frac{D_{r1} + D_{r2}}{2} \tag{13.18}$$

În această relație, substituindu-se diametrele, D_{r1} și D_{r2}, determinate cu relația (13.12 *a*), și anume $D_{r1} = mz_1$, $D_{r2} = mz_2$, se obține relația generală

$$\boxed{A = \frac{m(z_1 \pm z_2)}{2}} \tag{13.19}$$

Această relație se aplică numai angrenajelor cu roți dințate cilindrice cu dinți drepți, cu semnul (+) pentru angrenarea exterioară și cu semnul (−) pentru angrenarea interioară.

Normele de proiectare a angrenajelor pentru construcția de mașini în general *recomandă* ca distanța dintre axe A (mm) să se realizeze la una din valorile standardizate preferate (STAS 6055-82):

40	50	63	80	100	125	160	200	250	315
400	500	630	800	1 000	1 200	1 600	2 000	2 500	

1.3.4.4. Numărul minim de dinți

Angrenări corecte se produc numai în interiorul liniei de angrenare t_1t_2 (v. fig. 13.11 și 13.14). Cînd diferența dintre diametrele cercurilor de bază este foarte mare, deci $z_2 - z_1$ este mare, mai ales cînd z_1 este foarte mic ($z_1 < 17$),

ca în cazul angrenării unui pinion cu o cremalieră (fig. 13.14) racordarea evolventei de la cercul de bază pînă la cercul interior necesită o formă specială pentru a nu se *intersecta vîrfurile roții* z_2 *cu baza dinților pinionului* z_1. Acesta este *fenomenul de interferență* a dinților.

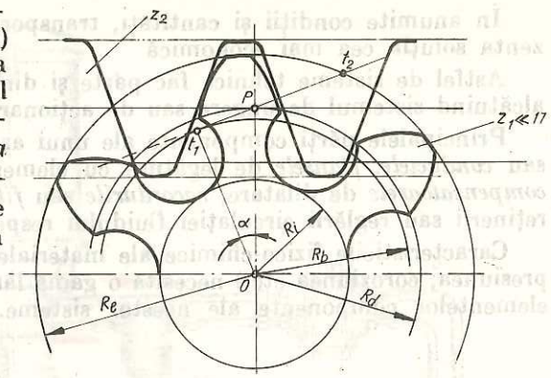


Fig. 13.14. Interferența dinților.

Se pot construi angrenaje cu un număr foarte mic de dinți, la care interferența să se producă în timpul execuției între roata dințată și sculă, pentru a nu se produce în timpul angrenării roților z_1 și z_2. Astfel de *angrenaje cu profil deplasat* necesită calcule suplimentare.

Prevenirea fenomenului de interferență este asigurată dacă roata cea mai mică (pinionul) se construiește cu un număr de dinți mai mare decît numărul minim de dinți z_{min}, la care nu se mai poate produce interferența. În acest caz, roțile poartă denumirea de roți dințate *normale*, cu modulul normal ($m = m_n$).

Numărul minim de dinți z_{min} se obține din raportul de transmitere cerut pentru angrenajul din care face parte și este în orice caz

$$\boxed{z_{min} > 17 \text{ dinți}} \tag{13.20}$$

În numeroase cazuri se pot construi și roți cu un număr mai mic de 17 dinți, fără să apară fenomenul de interferență. Dar, considerîndu-se $z_1 > z_{min} = 17$ dinți, nu mai sînt necesare calcule suplimentare pentru determinarea numărului minim de dinți.

Capitolul 14

ORGANE PENTRU REȚINEREA, CONDUCEREA ȘI COMANDA CIRCULAȚIEI FLUIDELOR

În interiorul întreprinderilor sau al localităților, prin sistemele de reținere, reglare și conducere a circulației fluidelor se poate asigura transportul diferitelor substanțe, care pot fi: lichide (apă, ulei etc.), gazoase (abur, aer, hidrogen, gaze naturale, amoniac etc.) sau corpuri solide aduse în stare fluidizată (minereuri, cereale), transportul pneumatic al pulberilor, transportul hidraulic al lemnului etc.

În anumite condiții și cantități, transportul prin conducte poate reprezenta soluția cea mai economică

Astfel de sisteme tehnice fac parte și din structura mașinilor, de obicei alcătuind sistemul de ungere sau de acționare.

Principalele părți componente ale unui asemenea sistem sînt: *tubulatura* sau *conductele*, *flanșele* de legătură cu elementele de asigurare a etanșării, *compensatoarele* de dilatare, *racordurile* sau *fitingurile* și *armăturile* necesare reținerii sau reglării circulației fluidului respectiv.

Caracteristicile fizico-chimice ale materialelor transportate (temperatura, presiunea, coroziunea etc.) necesită o gamă largă de materiale în construcția elementelor componente ale acestor sisteme.

14.1. NOȚIUNI DE BAZĂ

De obicei, fluidele sînt captate sau reținute în *vase de depozitare*, rezervoare sau recipiente de construcție etanșă. De la locul de reținere pînă la cel de utilizare, fluidele sînt dirijate prin intermediul *conductelor* (țevi sau tuburi).

Pentru asigurarea circulației fluidelor, cele două grupe de piese se îmbină prin elemente de legătură: piese fasonate, compensatoare de dilatare etc.

În general, elementele folosite pentru închidere-deschidere, comandă, reglare, siguranță etc. se numesc *armături*. Etanșeitatea, rezistența la presiune, la temperatură, la coroziune și interschimbabilitate sînt principalele condiții pe care trebuie să le satisfacă aceste piese.

O instalație folosită în schema mașinilor pentru asigurarea centralizată a ungerii este reprezentată în figura 14.1.

14.2. ELEMENTE PENTRU REȚINEREA FLUIDELOR

Din această categorie fac parte: rezervoarele, recipientele și cilindrii mașinilor de forță sau ai mașinilor de lucru.

Aceste elemente se execută în special prin turnare din fontă sau din oțel. Cele de dimensiuni mari se execută prin sudare din table de oțel.

Rezervoarele, recipientele și cilindrii au ca anexe conducte de umplere și de evacuare, serpentine de încălzire sau de răcire, dispozitive de nivel și de preaplin, precum și armăturile specifice.

Rezervoarele sînt vase închise (de construcție etanșă) utilizate pentru depozitarea fluidelor la presiunea atmosferică sau la presiuni diferite, dar la temperatura obișnuită. De exemplu, rezervoarele de benzină ale mașinilor rutiere sau cele ale stațiilor de benzină, rezervoarele castelelor de apă etc.

Recipientele sînt tot vase închise de construcție etanșă. Ele reține fluidele la temperaturi și presiuni diferite. Ca exemplu pot fi indicate buteliile de aragaz, autoclavele, tamburele cazanelor de abur, buteliile de oxigen etc.

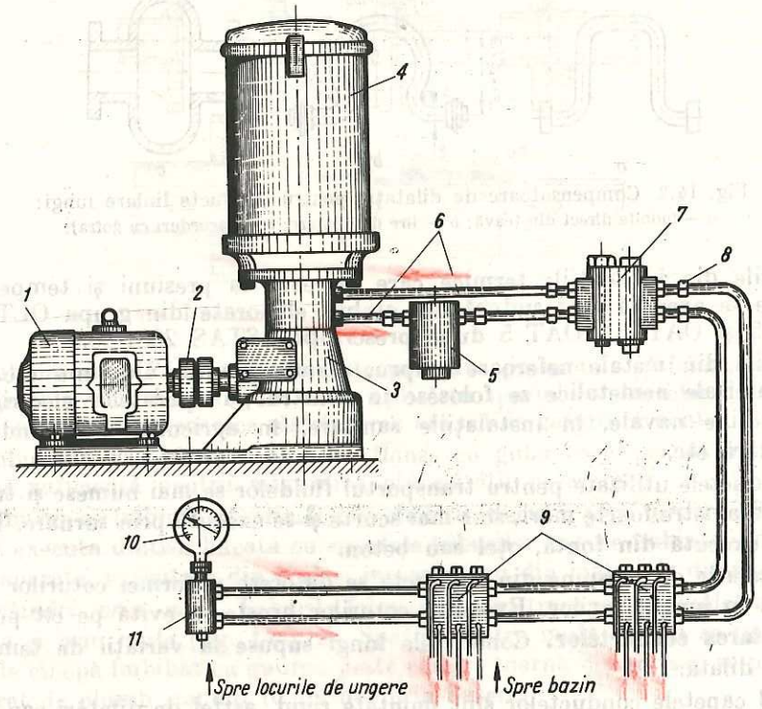


Fig. 14.1. Schema de principiu a unei instalații de ungere forțată prin presiunea creată de o pompă cu roți dințate:
1 — motor electric; *2* — cuplaj; *3* — pompă cu roți dințate; *4* — rezervor cu ulei; *5* — filtru de ulei; *6* — conducte; *7*, *9* — distribuitoare; *8* — mufă; *10* — manometru; *11* — supapă de siguranță.

Rezervoarele și recipientele au forme constructive variate. Mai obișnuite sînt formele cilindrice (tamburele cazanelor de abur), eliptice (cisternele pentru transportul laptelui, al benzinei etc.), sferice (vase de depozitat din industria chimică).

14.3. CONDUCTE ȘI TUBURI

Conductele sînt piese tubulare cu pereți relativ subțiri din oțel, fontă, cupru, aluminiu, material plastic etc. Forma constructivă a conductelor permite circulația unor fluide sau a unor materiale pulverulente.

În construcția de mașini aceste conducte sînt denumite *țevi*. Țevile au secțiunea inelară și pereții subțiri în raport cu diametrul lor exterior.

Conductele prin care circulă fluide sub presiune se execută prin tragere sau laminare. Cele prin care circulă fluide sub presiune joasă se execută din tablă de oțel prin îndoire și sudare (țevi sudate) sau din material plastic prin extrudare.

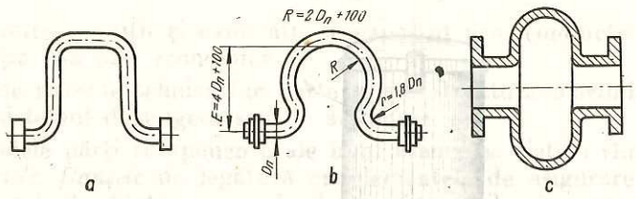


Fig. 14.2. Compensatoare de dilatație pentru conducte liniare lungi:
a — îndoite direct din țeavă; *b* — lire de dilatare; *c* — racorduri cu gofraj.

Țevile din instalațiile termice care lucrează la presiuni și temperaturi ridicate se execută fără sudură din oțeluri elaborate din grupa OLT 32... OLT 65 și OAT 1... OAT 5 după prescripțiile STAS 2881-80.

Țevile din metale neferoase (cupru, alamă, plumb, aluminiu etc.) sau din materiale nemetalice se folosesc în construcția aparatelor electrice, în construcțiile navale, în instalațiile sanitare, în agricultură, în industria alimentară etc.

Conductele utilizate pentru transportul fluidelor se mai numesc și tuburi. Ele au diametre foarte mari, sînt mai scurte și se execută prin turnare. Tuburile se execută din fontă, oțel sau beton.

Pierderile de presiune din conducte se datoresc și formei coturilor ce se execută în lungul țevilor. Execuția coturilor bruște se evită pe cît posibil.

Dilatarea conductelor. Conductele lungi supuse la variații de temperatură se dilată.

Cînd capetele conductelor sînt montate rigid, astfel de dilatări sau comprimări le pot distruge. De aceea, conductele drepte cu lungimi mari se completează cu *compensatoare* de dilatare de tipul celor din figura 14.2. În STAS 4377-76 sînt indicate detaliile necesare construcției compensatoarelor.

Îmbinarea conductelor. *Îmbinarea cu flanșe.* Flanșele sînt elemente utilizate aproape exclusiv la îmbinarea tronsoanelor intermediare ale conductelor.

Caracteristicile constructive ale flanșelor sînt standardizate în funcție de diametrul nominal D_n și de presiunea nominală P_n.

Îmbinările prin sudare cu *flanșe plate* sînt cele mai frecvente (fig. 14.3, *a*), datorită simplității constructive și a eficienței economice. Forma lor este circulară, eliptică sau pătrată. Flanșele sudate pe fiecare capăt al țevii se îmbină apoi între ele prin șuruburi. Pe suprafețele flanșelor se practică 2—3 canale triunghiulare care măresc etanșeitatea îmbinării. Astfel de îmbinări satisfac condițiile de rezistență și etanșare numai în cazul presiunilor reduse.

Flanșele cu prag (fig. 14.3, *b*) asigură o etanșeitate sporită deoarece presiunea creată prin strîngerea șuruburilor se repartizează pe o suprafață mai redusă.

Îmbinarea cu *flanșe cu prag și canal circular* (fig. 14.3, *c*) se utilizează la îmbinarea țevilor cu regim de presiune ridicată. Pentru sporirea etanșeității în canal se pot introduce garnituri ce se presează pe pragul flanșei pereche. Găurile șuruburilor de strîngere se practică mai aproape de canalul circular.

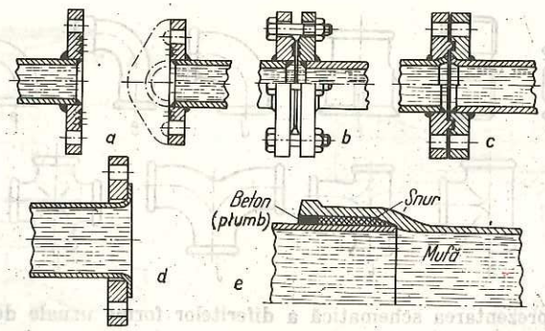


Fig. 14.3. Îmbinarea conductelor prin flanșe și prin mufe.

Îmbinarea *cu flanșe libere* așezate pe țeavă presupune răsfrîngerea capetelor țevilor ca în figura 14.3, *d*. Se aplică în special conductelor din cupru, alamă și aluminiu, deoarece răsfrîngerea are rol de garnitură pentru etanșare.

Îmbinarea *prin filetare* necesită flanșe cu guler care permit o lungime filetată suficientă pentru asigurarea etanșeității necesare.

Tuburile se îmbină tot prin flanșe cînd se execută prin turnare. Flanșele se pot executa dintr-o bucată cu capetele tuburilor supuse îmbinării, dar pot fi și separate, executate din același material sau din materiale diferite.

Îmbinări prin mufe. Tuburile folosite pentru transportul fluidelor se pot îmbina și prin mufe (fig. 14.3, *e*). Spațiul dintre mufă și tub se umple cu șnur de cînepă îmbibat cu gudron peste care se toarnă ciment sau se presează un strat de plumb ștemuit (deformat prin batere).

Îmbinări cu fitinguri și racorduri. Fitingurile sînt organe simple care fac legătura între țevi sau între tuburi (fig. 14.4 și 14.5). Îmbinarea cu fitinguri asigură:

— legătura dintre conducte de aceleași dimensiuni (îmbinare);

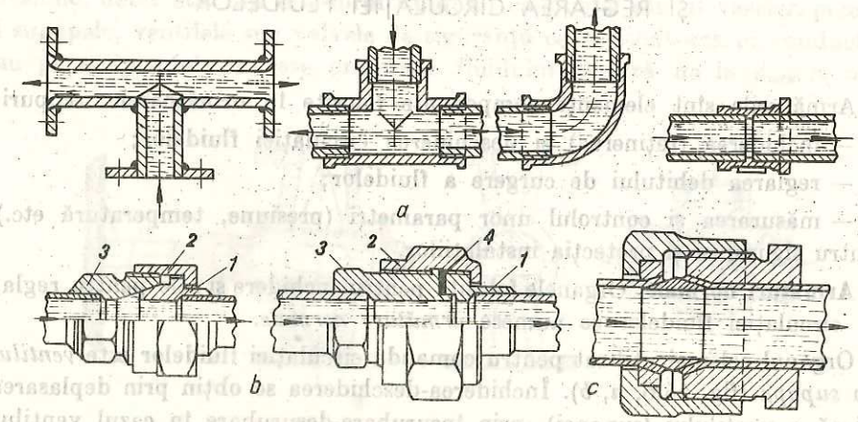


Fig. 14.4. Secțiuni prin diverse fitinguri și racorduri:
a — fitinguri; *b* — îmbinări cu racorduri olandeze (*1* — știut; *2* — piuliță cu filet interior; *3* — piuliță cu filet exterior; *4* — garnitură); *c* — piuliță olandeză cu inel conic.

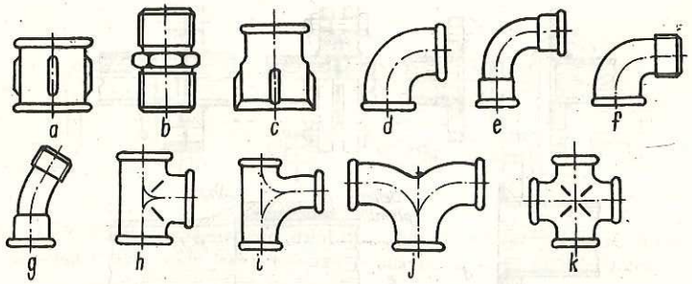


Fig. 14.5. Reprezentarea schematică a diferitelor forme uzuale de fitinguri.

— legătura dintre conducte de diametre diferite;
— schimbarea direcției de curgere;
— ramificarea curgerii de la o conductă centrală pe diferite direcții prin conducte derivate.

Forma constructivă a fitingurilor este specifică rolului lor funcțional, după cum se poate urmări și pe figura 14.5.

Materialele de bază folosite în construcția fitingurior sînt fontele maleabile, oțelurile obișnuite și metalele neferoase.

Cele mai uzuale forme constructive și tipuri de fitinguri sînt reprezentate schematic în figura 14.5.

14.4. ARMĂTURI PENTRU COMANDA ȘI REGLAREA CIRCULAȚIEI FLUIDELOR

Armăturile sînt elemente componente folosite în următoarele scopuri:
— închiderea (reținerea) și deschiderea circulației fluidelor;
— reglarea debitului de curgere a fluidelor;
— măsurarea și controlul unor parametri (presiune, temperatură etc.) pentru siguranța și protecția instalațiilor.

Armături normale. Organele folosite pentru închidere și cele pentru reglarea circulației fluidelor se numesc *armături normale.*

Organul cel mai utilizat pentru comanda circulației fluidelor este *ventilul* sau *supapa* (fig. 14.6, *a*, *b*). Închiderea-deschiderea se obțin prin deplasarea liniară a ventilului (supapei), prin înșurubare-deșurubare în cazul ventilului din figura 14.6, *a*, sau prin acționarea directă a tijei supapei în cazul robinetului din figura 14.6, *b*.

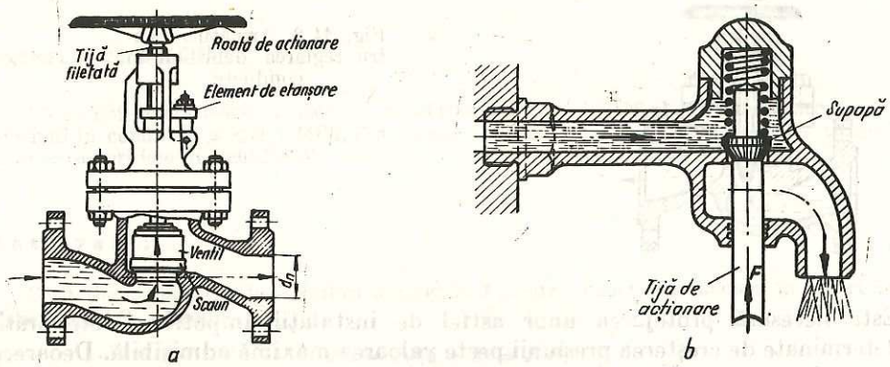


Fig. 14.6. Principalele elemente componente ale robinetului cu ventil.

Robinete cu cep. Robinetele cu cep (fig. 14.7) asigură o închidere etanșă prin contactul suprafețelor șlefuite ale cepului cu corpul armăturii. Astfel de armături se montează pe conducte cu gaze, la indicatoare de nivel etc. Deschiderea se face prin rotirea cepului prevăzut cu fantă. Se pot construi robinete cu cep pentru: un singur sens, două sensuri, două sau trei căi de curgere (fig. 14.7, *b*).

Armături de reglare. Cele mai reprezentative armături cu funcție de reglaj sînt robinetele cu ac și supapele cu clapete sau vane (fig. 14.8) executate în diferite variante. Variația debitului de trecere prin conductă este reglată prin înșurubarea sau deșurubarea treptată a tijei acului. Astfel, elementele de închidere pot asigura o secțiune variabilă orificiului de trecere a fluidului, adică se poate regla debitul de trecere prin conductă.

Armături speciale. Grupa armăturilor speciale cuprinde aparatele pentru presiune, debit etc. din interiorul fluidului conductei sau al vaselor, precum și supapele, ventilele sau valvele de siguranță ce se montează pe conductele sau pe recipientele în care presiunea fluidului variază de la p_{min} la p_{max}.

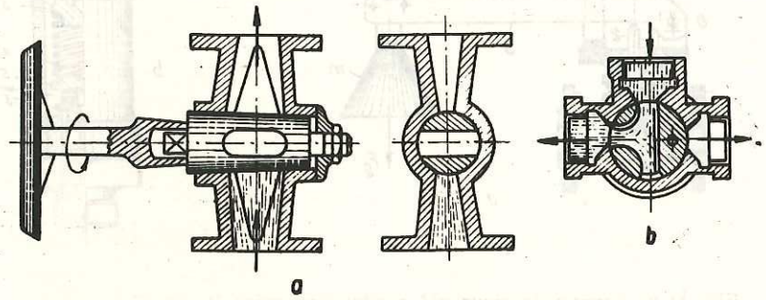


Fig. 14.7. Robinet cu cep sau cană:
a — pentru o singură direcție de circulație a fluidului; *b* — pentru schimbarea direcției de circulație a fluidului.

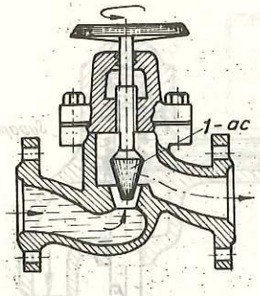


Fig. 14.8. Armături pentru reglarea debitului în conducte.

Este necesară protejarea unor astfel de instalații împotriva deteriorării determinate de creșterea presiunii peste valoarea maximă admisibilă. Deoarece eventuala deteriorare a unor părți ale instalației ca urmare a suprapresiunii poate produce accidentarea personalului de deservire, echiparea instalațiilor cu supape de siguranță este obligatorie.

În figura 14.9, *a* este reprezentată secțiunea printr-o supapă de siguranță cu pîrghie și contragreutate (*G*). Astfel de supape de siguranță funcționează automat sub acțiunea directă a presiunii fluidului. De exemplu, dacă presiunea *p* din recipient sau din conductă depășește valoarea admisibilă, asupra ventilului 1 se creează o forță *F* care, prin intermediul tijei *2*, se transmite pîrghiei *3*, pe care o dezechilibrează. În acest caz, ventilul 1 se ridică de pe scaun și permite evacuarea fluidului pînă scade presiunea în limitele valorii de regim.

Un alt tip de armătură pentru siguranță și protecție foarte mult utilizat este supapa de siguranță cu arc elicoidal (fig. 14.9, *b*).

Cînd presiunea din conductă sau din recipientul pe care se montează supapa crește astfel încît creează o forță mai mare decît cea a arcului, ventilul se deschide, iar presiunea se restabilește la valoarea admisibilă.

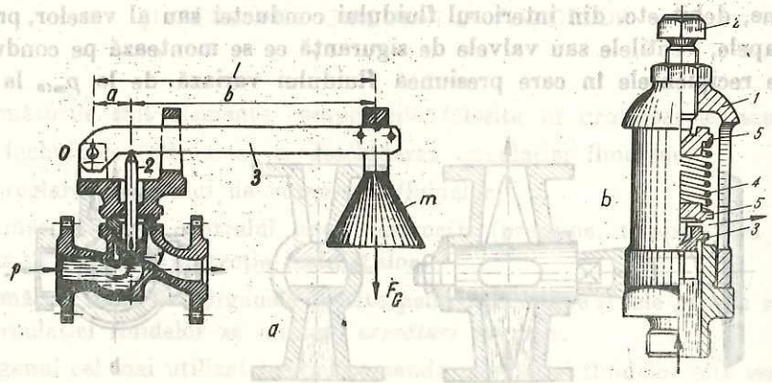


Fig. 14.9. Supape de siguranță pentru prevenirea creșterii presiunii:
a — supapă cu pîrghie și contragreutate; *1* — ventil; *2* — tijă; *3* — pîrghie; *b* — supapă cu arc elicoidal; *1* — corpul supapei; *2* — șuruburi de reglare; *3* — ventil; *4* — arc; *5* — suporturile arcului.

EXEMPLU DE CALCUL

Să se determine masa m necesară pîrghiei din figura 14. 9, *a* pentru menținerea unei presiuni în conductă $p \leq 2{,}5$ MPa, fiind date: $a = 20$ mm; $l = 110$ mm; $d_1 = 10$ mm (diametrul orificiului ventilului).

Rezolvare:

Scriindu-se condiția de echilibru a pîrghiei *3* printr-o ecuație de moment în raport cu articulația *O*, rezultă

$$Fa = F_G(a + b) = F_G l;$$

$$F_G = F\frac{a}{l} = \frac{\pi}{4} d_1^2 p \frac{a}{l} = \frac{\pi}{4} \cdot 10^2 \cdot 2{,}5 \cdot \frac{20}{110} = 35{,}7 \text{ N}.$$

Masa m este:

$$F_G = mg$$

$$m = \frac{F_G}{g} = \frac{35{,}7}{9{,}81} = 3{,}639 \text{ kg}.$$

ANEXA

Valorile orientative ale caracteristicilor mecanice ale cîtorva tipuri de oţeluri

Marca		Starea	Caracteristici mecanice			
			R_m	$R_{r0,2}$	τ_r	τ_{rf}
STAS 500/1-80	OL 00	*B*	<314		270—420	>240
	OL 32	*B*	320—400	160	270—340	240
	OL 34	*B*	340—420	170—200	290—350	250
	OL 37	*B*	362—441	240—210	320—400	290
	OL 42	*B*	420—500	260—240	350—440	320
	OL 50	*N*	500—600	270	420—500	380
		Î	—	—	—	—
	OL 60	*N*	600—720	310—300	500—600	450
		Î	—	—	—	—
	OL 70	*N*	>686	>350	>600	530
		Î	—	—	—	—

Observaţia: *B* — brut laminat; *Î* — îmbunătăţit; *N* — normalizat

CUPRINS

Partea întîi — **Rezistenţa materialelor** 3

Cap. 1. *Noţiuni introductive* 3
1.1. Bazele rezistenţei materialelor 3
1.2. Noţiuni introductive de rezistenţă a materialelor 4

Cap. 2. *Întinderea şi compresiunea* 14
2.1. Forţă axială. Diagrame de forţe axiale 14
2.2. Tensiuni normale de întindere sau compresiune 15
2.3. Secţiune brută, netă şi periculoasă 17
2.4. Deformaţii şi deplasări la barele drepte solicitate la întindere 18
2.5. Tensiuni produse de variaţia de temperatură 20
2.6. Concentratori de eforturi. Tensiuni locale 24

Cap. 3. *Forfecarea* 25
3.1. Definiţie. Tensiuni tangenţiale 25
3.2. Relaţia dintre tensiuni şi deformaţii la solicitarea de forfecare 26
3.3. Aplicaţii ale forfecării 27

Cap. 4. *Momente statice, momente de inerţie şi module de rezistenţă* 34
4.1. Momente statice 34
4.2. Momente de inerţie 36
4.3. Variaţia momentelor de inerţie axiale în raport cu axe paralele 38
4.4. Momente de inerţie ale unor suprafeţe compuse 40
4.5. Module de rezistenţă 43

Cap. 5. *Încovoierea barelor drepte* 45
5.1. Definiţie. Exemple. Ipoteze de calcul 45
5.2. Sarcini şi reacţiuni 47
5.3. Eforturi în barele drepte solicitate la încovoiere. Forţă tăietoare. Moment încovoietor 49
5.4. Trasarea diagramelor de forţe tăietoare şi momente încovoietoare 52
5.5. Tensiuni în barele drepte solicitate la încovoiere. Formula lui Navier 57
5.6. Calculul de dimensionare, verificare şi determinare a momentului capabil la încovoiere 62
5.7. Tensiuni tangenţiale la încovoiere 68

Cap. 6. *Răsucirea* 68
6.1. Fenomenul răsucirii. Definiţie, exemple 68
6.2. Solicitarea la răsucire prin acţiunea simultană a mai multor cupluri Diagrame ale momentelor de răsucire 69
6.3. Calculul momentului de răsucire pentru barele drepte aflate în mişcare de rotaţie uniformă (arbori) 70
6.4. Tensiuni în bare drepte de secţiune circulară sau inelară, solicitate la răsucire 70
6.5. Deformaţiile barelor drepte de secţiune circulară sau inelară, solicitate la răsucire 74

Partea a doua — **Organe de maşini** 76

Cap. 7. *Noţiuni fundamentale despre organe de maşini* 76
7.1. Însuşiri ale organelor de maşini 76
7.2. Clasificarea organelor de maşini 77
7.3. Standardizarea în construcţia de maşini 77
7.4. Interschimbabilitatea organelor de maşini 78
7.5. Execuţia organelor de maşini 78

Cap. 8. *Asamblări nedemontabile* 79
8.1. Asamblări prin nituire 79
8.2. Asamblări prin lipire 81
8.3. Asamblări prin sudare 83

Cap. 9. *Organele asamblărilor demontabile* 85
9.1. Asamblări cu pene și cu știfturi 85
9.2. Asamblări prin caneluri 89
9.3. Asamblări filetate 89

Cap. 10. *Asamblări elastice și elemente de acumulare a energiei (arcuri)* 96
10.1. Tipuri constructive reprezentative. Domenii de utilizare. Materiale 96
10.2. Caracteristici funcționale ale arcurilor 99
10.3. Tipuri de arcuri 100

Cap. 11. *Organele mișcării de rotație* 102
11.1 Osii și arbori 103
11.2. Lagăre 111
11.3. Lagăre cu alunecare 111
11.4. Lagăre cu rostogolire 114
11.5. Ungerea organelor de mașini 118

Cap. 12. *Cuplaje* 120
12.1. Caracteristici. Rol funcțional. Tipuri constructive 120
12.2. Cuplaje permanente 121
12.3. Cuplaje intermitente 125

Cap. 13. *Organe pentru transmiterea mișcării de rotație* 129
13.1. Transmisii cu curele 129
13.2. Transmisii cu cablu 135
13.3. Transmisii cu lanțuri 135
13.4. Transmisii cu roți dințate 138

Cap. 14. *Organe pentru reținerea, conducerea și comanda circulației fluidelor* 147
14.1. Noțiuni de bază 148
14.2. Elemente pentru reținerea fluidelor 148
14.3. Conducte și tuburi 149
14.4. Armături pentru comanda și reglarea circulației fluidelor 152

Anexă 156

Plan editură : 19529.
Coli de tipar : 10.
Bun de tipar : 24.II.1989.

Tiparul executat sub comanda
nr. 21 la
Întreprinderea Poligrafică
„13 Decembrie 1918",
str. Grigore Alexandrescu nr. 89-97
București,
Republica Socialistă România